N° d'Ordre : 44

THÈSE

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE LYON

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE
en Physique Nucléaire

par

Guy **BURNOT**

SUJET:

ETUDE DE L'OPTIQUE IONIQUE DE L'ACCELERATEUR COCKROFT - WALTON DE 1,2 MEV DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE NUCLEAIRE DE LYON ET PROJET D'AMELIORATION DE L'APPAREIL

Soutenue en 1961 devant la Commission d'Examen

MM. J. LAFOUCRIERE : Président

J. DEPRAZ : Membre du Jury

Mlle M. MAITROT : Membre du Jury

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550016_0039

N° d'Ordre : 44

THÈSE

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE LYON

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE
en Physique Nucléaire

par

Guy **BURNOT**

SUJET:

ETUDE DE L'OPTIQUE IONIQUE DE L'ACCELERATEUR COCKROFT - WALTON DE 1,2 MEV DE L'INSTITUT DE PHYSIQUE NUCLEAIRE DE LYON ET PROJET D'AMELIORATION DE L'APPAREIL

Soutenue en 1961 devant la Commission d'Examen

MM. J. LAFOUCRIERE : Président

J. DEPRAZ : Membre du Jury

Mlle M. MAITROT : Membre du Jury

UNIVERSITE DE LYON - FACULTE DES SCIENCES

Doyens honoraires

MM. LONGCHAMBON, DOUIN, MOUSSA

Professeurs honoraires

MM. LOCQUIN, de LARAMBERGUE, DOEUVRE, SOLLAUD, MENTZER, MOUSSA

Doyen

M. GAUTHIER H.

Assesseur

M. BRACONNIER

Professeurs

MM.	LONGCHAMBON	Minéralogie
	DEJARDIN	Physique Générale
	DOUIN	Botanique
	EYRAUD H.	Calcul différentiel et intégral
	COURTY	Chimie-Physique
	PRETTRE	Chimie Industrielle
	KUHNER	Microbiologie et Mycologie
	MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
	PARIS	Chimie minérale
	AUMERAS	Chimie
	COLONGE	Chimie organique
	FLANDRIN	Géologie appliquée
	JANIN	Physique expérimentale
	BERNARD	Physique industrielle
	DUFAY	Astronomie
	NIGON	Zoologie expérimentale
	GAUTHIER H.	Géologi e
	VIRET	Géologie
	WAUTIER	Zoologie
	CHOPIN	Chimie biologique
	CUEILLERON	Chimie
	BRACONNIER	Mathématiques
	EYRAUD CH.	Chimie Physique appliquée
	JAFFARD	Méthodes Mathématiques de la Physique
	SARAZIN	Physique nucléaire
	BOIDIN	Botanique

Professeurs sans chaire

MM.	BOUTILLIER	Minéralogie
	MESNARD	Physique
	DREUX	Chimie organique

	GRANDMONTAGNE	Physique
	LAFOUCRIERE	Physique nucléaire

Maîtres de Conférences

MM.	TEICHNER	Chimie industrielle
	DEPRAZ	Physique nucléaire
	FERON	Mathématiques
	GAUME	Physique
	MERLIN	Chimie M.P.C.
	PACHECO	Chimie biologique
	PAVAVNS de CECCATTY	Zoologie
	PHILBERT	Physique Nucléaire
	BERSILLON	Physiologie végétale S.P.C.N.
	DAVID L.	Géologie
	GAUTHIER J.	Chimie
	LAFORGUE	Physique
	LEGAY	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
	PERES	Physiologie
	UZAN	Physique S.P.C.N.
	CHENEVOY	Géologie aapliquée
Melle	MAITROT	Physique
	CHANEL	Psychophysiologie
	ASCH	Physique
	DUFAY M.	Physique
	GINET	Zoologie
	MAURY	Mathématiques
	MICHEL	Minéralogie
Mme	ERICSON	Physique Générale

Maîtres de Conférences Adjoints

MM.	PIERRON	Chimie
	LEMONDE	Physique

Secrétaire Principal honoraire

M. ROUX

Secrétaire Principal

M. BURNET

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

A V A N T - P R O P O S

Je voudrais avant toute chose évoquer le souvenir du Professeur THIBAUD, Directeur de l'Institut de Physique Nucléaire, lors du commencement de la préparation de cette thèse et remercier Monsieur le Professeur SARAZIN, son successeur, de la bienveillance avec laquelle il a examiné ce travail.

J'exprime ma très vive gratitude à Monsieur DEPRAZ, Maître de Conférences, qui m'a proposé ce sujet et m'a guidé constamment de ses précieux conseils.

J'adresse mes plus sincères remerciements à Monsieur LAFOUCRIERE Professeur, pour l'amélioration qu'il a apportée à la rédaction de cette thèse et je lui suis particulièrement reconnaissant d'avoir consenti à être Président du Jury.

Je remercie Mademoiselle MAITROT, Maître de Conférences, d'avoir bien voulu accepter de me juger.

INTRODUCTION

En vue d'améliorer et de moderniser l'accélérateur de particules de 1,2 Mev qui est installé à l'Institut d'Etudes Nucléaires de Lyon depuis plusieurs années, nous avons étudié l'optique ionique du tube accélérateur. A la suite de cette étude nous avons été conduit à proposer une modification de cette optique afin d'améliorer la focalisation de l'appareil et l'adapter à une source du type duoplasmatron permettant l'obtention de courants plus intenses et présentant une plus grande stabilité que celle installée actuellement sur l'accélérateur (source Oliphant).

CHAPITRE I

DESCRIPTION DE L'ACCELERATEUR

Nous envisagerons successivement la composition de l'appareil et les divers systèmes de tension qui peuvent lui être attribués.

A. Composition

L'appareil est formé (Fig.1)

- d'une source
- d'une lentille de focalisation
- de trois lentilles d'accélération

1° La source

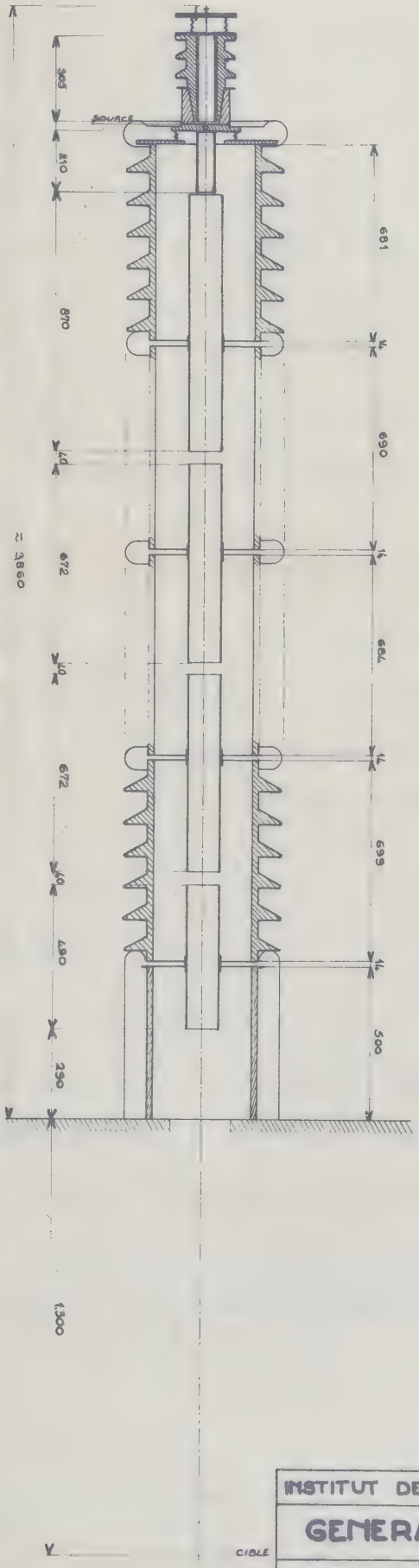
C'est une source du type Haute Tension constituée par deux pièces cylindriques coaxiales: la pièce intérieure est l'anode, la pièce extérieure la cathode.

L'anode peut être portée à une tension comprise entre 0 et 80 KV par rapport à la cathode. Il règne donc dans une partie restreinte de la source un champ électrique important: la décharge qui en résulte donne naissance à un courant ionique qui sort par un canal (le canal d'extraction) de 2,2mm. de diamètre, percé dans la cathode.

2° La lentille de focalisation

Elle est formée de deux cylindres coaxiaux juxtaposés dont les diamètres sont dans le rapport 1,5. Ce type de lentille a

Figure 1



INSTITUT DE PHYSIQUE NUCLEAIRE	20-1-60
GENERATEUR HAEFELY	
TUBE D'ACCELERATION . SCHEMA	

déjà été étudié par MALOFF et EPSTEIN d'une part, SPANGENBERG et FIELD d'autre part. Ces auteurs ont donné des abaques fournissant les éléments cardinaux mais ces abaques ne correspondent pas entre elles dans de nombreux cas et nous possédons assez peu de renseignements sur la façon dont elles furent établies.De surcroît MOTZ et KLANFER (Proc. Phys. Soc.58,30) ont étudié cette lentille de manière détaillée pour un seul rapport de tension : la valeur qu'ils trouvent différe également de celle qu'EPSTEIN puis SPANGENBERG ont donné dans ce cas. Dans ces conditions nous avons été amenés à déterminer la topographie du potentiel , ce qui nous a permis non seulement de donner de nouvelles valeurs des caractéristiques de cette lentille mais encore de calculer les trajectoires réelles des particules nécessaires pour connaitre l'enveloppe du faisceau.

Dans tout ce qui suit, nous appellerons cette lentille de focalisation la lentille(I)

3° Les lentilles d'accélération

Ces lentilles très peu convergentes sont constituées par deux cylindres coaxiaux de même diamètre, séparés par un intervalle de 40 mm.; les rapports de tension étant toujours faibles (compris entre 1 et 2) il n'existe à notre connaissance aucune abaque qui donne les éléments cardinaux de ces lentilles: nous en avons donc construits.

Ces lentilles d'accélération seront appelées les lentilles II, (III), (IV)

B. Tension du tube

Soient $\phi_1 < \phi_2 < \phi_3 < \phi_4$ les tensions effectives des quatre premières électrodes, $\phi_5 > \phi_4$ la tension commune de la cinquième électrode et de la cathode de la source, ϕ_6 la tension de l'anode (Fig.2). En un point du tube où le potentiel est ϕ , une particule de charge $q > 0$ a une vitesse v telle que:

$$\frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv_o^2 = -q(\phi - \phi_o)$$

ϕ_o étant le potentiel au point de la source où la particule est extraite avec une vitesse initiale v_o négligeable: à la sortie du canal d'extraction ($\phi = \phi_5$) l'énergie des particules est donc:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 = -q(\phi_5 - \phi_o)$$

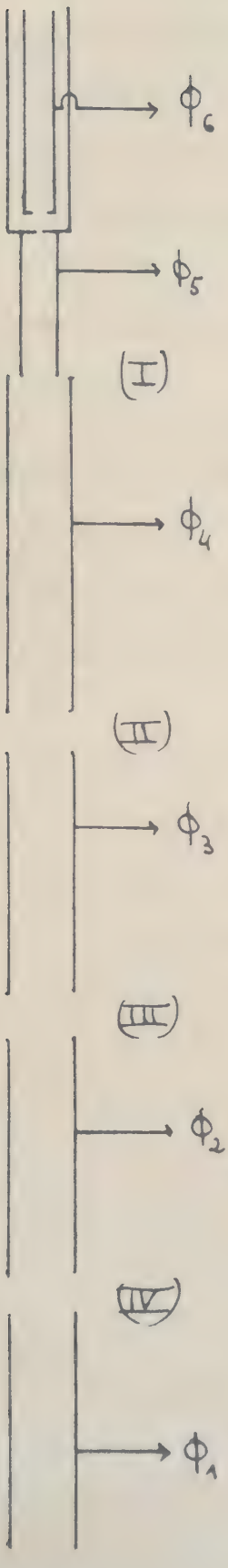
mais ϕ_o varie entre ϕ_5 et ϕ_6 donc l'énergie va varier entre 0 et $E_m = q(\phi_6 - \phi_5)$ soit dans une bande très large puisque $\phi_6 - \phi_5$ peut atteindre 80 KV : la source n'est donc pas du tout monochromatique. Il faut cependant pour faire le calcul définir une tension intermédiaire ϕ_i entre ϕ_5 et ϕ_6 ce qui équivaut à négliger les aberrations chromatiques et à admettre que toutes les particules sont issues de l'équipotentielle ϕ_i . Il est tout indiqué de prendre pour ϕ_i la tension qui correspond à l'énergie moyenne E_i des particules ϕ_i sera donc défini par:

$$E_i = -q(\phi_5 - \phi_i)$$

L'énergie moyenne nous est donnée par l'expression:

$$E_i = \frac{\int_o^{E_m} En(E)dE}{\int_o^{E_m} n(E)dE}$$

Figure 2



	Basses tensions de source 32 Kv			hautes tensions de source 80 Kv		
Φ_5	800	600	400	800	600	400
V_5	- 16	- 16	- 16	- 40	- 40	- 40
$\frac{V_4}{V_5}$	13,5	10,37	7,25	6	4,75	3,5
Φ_4	600	450	300	600	450	300
V_4	- 216	- 166	- 116	- 240	- 190	- 140
$\frac{V_3}{V_4}$	1,926	1,904	1,86	1,833	1,79	1,714
Φ_3	400	300	200	400	300	200
V_3	- 416	- 316	- 216	- 440	- 340	- 240
$\frac{V_2}{V_3}$	1,481	1,475	1,463	1,456	1,441	1,417
Φ_2	200	150	100	200	150	100
V_2	- 616	- 466	- 316	- 640	- 490	- 340
$\frac{V_1}{V_2}$	1,325	1,322	1,316	1,312	1,306	1,294
Φ_1	0	0	0	0	0	0
V_1	- 816	- 616	- 416	- 840	- 640	- 440
Cas	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6

ce qui nous oblige à connaitre le nombre de particules émises en fonction de l'énergie: cette valeur pourrait nous être donnée par une mesure expérimentale mais on ne possède pas le matériel approprié. Nous avons donc choisi $\emptyset_i$ comme étant la moyenne arithmétique des deux tensions d'anode et de cathode: cette approximation se justifie bien en remarquant que la tension $\emptyset_i$ ainsi définie serait celle donnée par la méthode précédente pour une valeur différente de $\emptyset_6$.

On a donc: $\frac{1}{2} mv^2 = -q(\emptyset - \emptyset_i)$

et en changeant l'origine des potentiels par $V = \emptyset - \emptyset_i$ il vient:

(1) $\frac{1}{2}mv^2 = -qV \qquad V < 0$

Pratiquement nous étudierons le fonctionnement du tube pour trois systèmes de tensions des électrodes :

$\emptyset_5 = 800$ KV

$\emptyset_5 = 600$ KV

$\emptyset_5 = 400$ KV

et pour deux tensions différentes de la source:

Haute tension $\emptyset_6 = \emptyset_5 + 80$ KV

Basse tension $\emptyset_6 = \emptyset_5 + 32$ KV

CHAPITRE II

ETUDE DES LENTILLES QUI COMPOSENT LE TUBE

Nous allons voir comment à partir de l'équation de l'optique électrostatique dans le cas de l'approximation de Gauss on peut par une méthode simple déterminer les caractéristiques d'une lentille. Nous comparons ensuite les résultats obtenus à ceux des auteurs précédemment cités.

1° Généralités sur l'optique ionique électrostatique

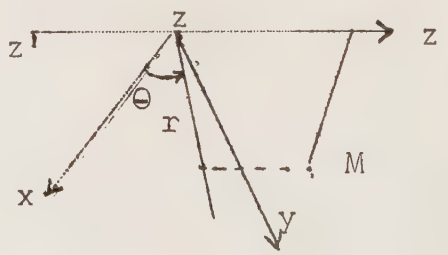
Le système étant de révolution autour d'un axe z'z le potentiel V ne dépend que de r et de z. On peut le développer en série, il vient alors:

$$V(rz) = A_o(z)+rA_1(z)+r^2A_2(z)+\ldots\ldots \qquad (2)$$

Ce développement est valable dans tout domaine où cette série est uniformément converg ente.

D'autre part V satisfait à l'équation de LAPLACE:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \qquad (3)$$



en port ant (2) dans (3) on obtient A_o A_1 etc. d'où:

$$V(rz) = V(o\,z) - \frac{r^2}{4}\left[V(o\,z)\right]''_{z^2} + \frac{r^4}{64}\left[V(o\,z)\right]^{(IV)}_{z^4} \ldots\ldots \qquad (4)$$

Les équations générales du mouvement d'une particule dans un tel champ de force sont:

$$\begin{cases} m\left[\dfrac{d^2r}{dt^2} - r\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2\right] = -q\dfrac{\partial V}{\partial r} \\ \dfrac{m}{r}\dfrac{d}{dt}\left(r^2\dfrac{d\theta}{dt}\right) = \dfrac{q}{r}\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = 0 \\ m\dfrac{d^2z}{dt^2} = -q\dfrac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

Supposons que la vitesse initiale de la particule soit dans le plan méridien (ce qui est toujours réalisé si le point ob jet est sur l'axe z'z), le champ électrique n'ayant pas de composante angulaire ($\frac{\partial V}{\partial \theta} = 0$) la trajectoire sera plane et déterminée par la seule connaissance de r(z).

Les équations du mouvement s'écrivent en remplaçant l'une d'elles par l'équation des forces vives (1) :

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = -q\frac{\partial V}{\partial r}$$

$$\frac{1}{2}m\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2\right] = -qV \qquad V < 0$$

En posant V(o, z) =V(z) et en tenant compte de (4) il vient:

$$(5) \qquad \begin{cases} m\dfrac{d^2r}{dt^2} = q\left[\dfrac{r}{2}(-V^{(II)}(z)) - \dfrac{r^3}{16}(-V^{(IV)}(z)) \ldots\ldots\right] \\ \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{dz}{dt}\right)^2\left[\left(\dfrac{dr}{dz}\right)^2 + 1\right] = -q\left[V(z) - \dfrac{r^2}{4}(-V^{(II)}(z)) \ldots\right] \end{cases}$$

Ces équations sont compliquées, de plus elles ne sont pas aussi générales qu'on pourrait le penser puisqu'avant de les employer dans un domaine déterminé il faut s'assurer que la série (4) est convergente dans ce domaine. C'est pourquoi il

est intéressant d'introduire, comme en optique de verre, les conditions de Gauss, c'est à dire de ne considérer que les rayons r(z) peu éloignés de l'axe et peu inclinés sur l'axe Puisque r est petit la série (4) est convergente et on peut négliger les termes supérieurs ou ég aux au deuxième ordre en r, de même le rayon étant peu incliné sur l'axe $(\frac{dr}{dz})^2$ peut être négligé et (5) devient alors:

$$m\frac{d^2r}{dt^2} = q\frac{r}{2}V''(z)$$

$$\frac{1}{2}m\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = -qV(z)$$

Il est facile d'éliminer t entre ces deux équations, on obtient alors l'équation différentielle des trajectoires r(z)

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \frac{V'}{2V}\frac{dr}{dz} + \frac{V''}{4V}r = 0 \qquad (6)$$

Si la vitesse initiale de la particule n'est pas dans le plan méridien on peut montrer que dans le cas de l'approximation de Gauss la particule décrit une courbe gauche qui vient aboutir au même point image que les trajectoires planes : on peut donc se limiter à ces dernières données par (6). Cette équation est d'un emploi plus commode sous la forme de Picht obtenue en faisant le changement de fonction

$$R(z) = r(z)\,V(z)^{1/4}$$

il vient en effet:

$$\frac{d^2R}{dz^2} + \frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 R = 0 \qquad (7)$$

La fonction $T = \frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2$ est appelée la fonction caractéristique.

2° Détermination des éléments cardinaux d'une lentille

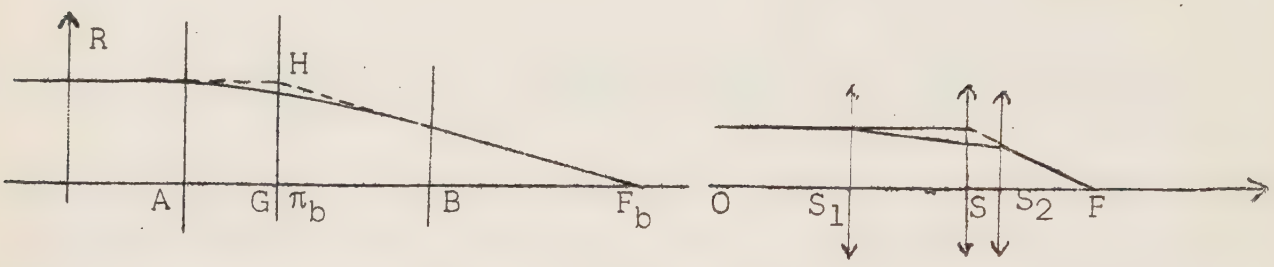
Soit AB l'intervalle où règne le champ: en deça de A et au delà de B les potentiels sont constants: appelons les V_a et V_b. La méthode générale consisterait à résoudre (7) et en conséquence (6) par des méthodes approchées pour deux systèmes de conditions initiales $\begin{cases} r_a = Cte \\ r'_a = 0 \end{cases}$ et $\begin{cases} r_b = Cte \\ r'_b = 0 \end{cases}$ (Les indices a et b désignent les valeurs de r et r' en deça de A et au delà de B) on obtiendrait les trajectoires principales d'où les foyers et les plans principaux. Nous allons voir qu'il est possible de définir une méthode approchée qui n'exige pas la résolution de l'équation (7). Cette méthode est dûe à Monsieur FELICI (journal de Physique et le radium déc.1959)

Une solution R(z) de (7) sera appelée un " rayon réduit". Soit un rayon réduit incident parallèle à l'axe il répond à

$$\begin{cases} R_a = Cte > 0 \\ R'_a = 0 \end{cases}$$

Quand ce rayon pénètre dans la zone d'action du potentiel, on a $R'' < 0$ d'après (7) donc R' devient négatif, R diminue, et le rayon se courbe en se rapprochant de l'axe. Si la lentille n'est pas ultra forte, R garde un signe constant pendant toute la traversée de l'intervalle AB et le rayon émergent vient rencontrer

l'axe en un point F_b, situé au delà de B, que nous appellerons le foyer réduit image.



Les prolongements des rayons incidents et émergents se rencontrent sur un plan π_b que nous appellerons le plan principal réduit image. Nous avons supposé $R \rangle 0$ pendant toute la traversée de la lentille donc R" garde un signe constant (d'après 7) et la courbure de la trajectoire est toujours de même sens ce qui implique que le plan π_b se trouve entre A et B; l'auteur estime que son abscisse est voisine de celle du centre de gravité de la courbe $y(z)=\left(\frac{V'}{V}\right)^2$;il a effectué des vérifications précises de cette propriété, qui ont toujours été concluantes. Ceci peut d'ailleurs être justifié. En optique, nous savons qu'étant donné deux lentilles minces de centre S_1 et S_2 et de convergence $C_1=\frac{1}{f_1}$ et $C_2=\frac{1}{f_2}$ si l'on associe ces deux lentilles non accolées, on obtient une lentille mince de centre S tel que:

$$\overline{OS}=\overline{OS_2}-\frac{e\,C_1}{C_1+C_2-eC_1C_2} \qquad e=\overline{S_1S_2}$$

O étant une origine quelconque sur l'axe optique.

Si C_1 et C_2 sont faibles on peut négliger le produit C_1C_2 on a alors :

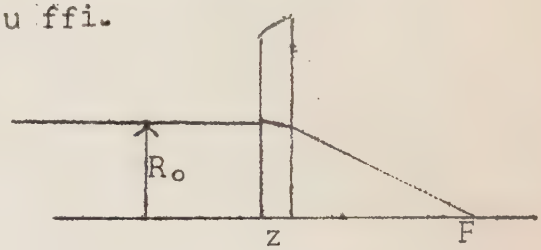
$$(8) \qquad \overline{OS}=\frac{C_1\overline{OS_1}+C_2\overline{OS_2}}{C_1+C_2}$$

S est le centre de gravité des points S_1et S_2 affect é des

v aleurs C_1 et C_2 .Ceci se généralise de proche en proche à un nombre quelconque de lentilles minces et convergentes.

Nous dé composerons donc l'intervalle AB en intervalles partiels Δz, la courbe $(\frac{V'}{V})^2$ se trouve ainsi divisée en éléments d'aire égale à $(\frac{V'}{V})^2 \Delta z$. Chacun de ces éléments peut être considéré comme une lentille mince de centre z et de convergence $C=\frac{1}{f}=-\frac{R'_i}{R_o}$ (Les indices o et i indiquent les v aleurs dans l'espace objet et dans l'espace image) mais (7) donne (si Δz est su ffisamment petit) :

$$R'_i - R'_o = -\frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 R_o \Delta z \quad \text{comme } R'_o = 0$$



on aura:

$$C = \frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 \Delta z$$

En combinant toutes ces lentilles minces élémentaires, il vient compte tenu de (8):

$$\overline{OS} = \frac{\int_a^b z\left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz}{\int_a^b \left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz}$$

c'est l'abscisse du centre de gravité de la courbe y(z).

Le raisonnement est valable pour un rayon réduit $\begin{cases} R_b = Cte \\ R'_b = 0 \end{cases}$

On peut donc définir un plan prin cipal réduit objet π_a dont l'abscisse est sensiblement celle du centre de gravité de y(z) d'où ce résultat:

Les plans principaux réduits ob jet et image sont très sensiblement confondus et ont pour abscisse commune l'abscisse G du centre de gravité de y(z) que nous appellerons le centre de la lentille réduite.

Les plans prin cipaux réduits étant confondus la lentille réduite est uhe lentille mince, on a donc: $R=Cte=R_a$. L'équation (7) donne alors:

$$R'_b = -\frac{3R_a}{16}\int_a^b \left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz$$

Comme on dans le triangle GHF_b :

$$\frac{1}{GF_b} = -\frac{R'_b}{R_a}$$

il vient :

$$\frac{1}{GF_b} = +\frac{3}{16}\int_a^b \left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz$$

On peut démontrer la même formule pour GF_a donc:

$GF_a = GF_b = F$ d'où cette propriété

<u>Les distances focales réduites objet et image sont égales: les foyers réduits sont donc symétriques par rapport à G</u>

Revenons à la lentille réelle: au rayon réduit $\begin{cases} R_a=Cte \\ R'_a=0 \end{cases}$

correspond un rayon réel r(z) tel que:

$$\begin{cases} r_a = R_a V_a^{-1/4} \\ r'_a = R'_a V_a^{-1/4} \end{cases}$$

donc un rayon réel parallèle à l'axe.

Après traversée de la lentille on a:

$$\begin{cases} r_b = R_b V_b^{-1/4} \\ r'_b = R'_b V_b^{-1/4} \end{cases}$$

Ce rayon vient rencontrer z'z ($r_b=0$) quand $R_b=0$ donc au point F_b d'où cette propriété:

<u>les foyers réduits image et ob jet sont confondus avec les foyers réels</u>.

La méthode permet donc de déterminer sans ambiguité les foyers réels; pour caractériser la lentille il reste à déterminer les plans principaux P_a et P_b.

Soient f_a et f_b les distances focales réelles

$$f_a = |F_a P_a| \qquad f_b = |F_b P_b|$$

Nous avons:

$$\frac{1}{f_b} = -\frac{r'_b}{r_a} = -\frac{R'_b V_b^{-1/4}}{R_a V_a^{-1/4}} = \frac{1}{F}\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{-1/4}$$

$|V_b| > |V_a|$ donc $f_b > F$ et P_b est à gauche de G d'où:

$$GP_b = F_b P_b - GF_b = f_b - F = F\left[\left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{1/4} - 1\right]$$

On démontrerait de même que:

$$GP_a = F\left[1 - \left(\frac{V_a}{V_b}\right)^{1/4}\right]$$

La lentille est donc parfaitement déterminée par la méthode suivante: on trace la courbe $y(z) = \left(\frac{V'}{V}\right)^2$ et on calcule $\int_a^b \left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz$ d'où F. On détermine G: les foyers F_a et F_b sont alors connus. On calcule GP_a et GP_b ce qui donne la position des plans principaux.

Amélioration de la méthode

Pratiquement l'erreur principale de la méthode est de donner une distance focale réduite trop courte: cette erreur est d'autant plus importante que la lentille est plus forte, elle provient de ce que l'on a supposé $R = Cte = R_a$ Cette valeur R_a étant trop grande R'_b l'est également et GF_b est inférieur à la valeur réelle. L'erreur faite en confondant au centre de gravité les

plans principaux réduits est faible par rapport à la première, à moins que la fonction $(\frac{V'}{V})^2$ présente une distribution exceptionnelle (deux pics par exemple au lieu d'un).

L'auteur signale deux procédés pour améliorer la méthode

1- Procédé de la fonction rectangulaire

Supposons que l'aire limitée par la courbe $y(z)=(\frac{V'}{V})^2$ soit rectangulaire on a :

$$\frac{3}{16}(\frac{V'}{V})^2=\Omega^2=C^{te} \quad \text{et}$$

l'équation (7) est intégrable, on peut obtenir alors la distance focale réduite exacte F_{ex}, on trouve:

$$\frac{1}{F_{ex}}=\Omega\sin\Omega l \qquad l=AB=b-a$$

L'approximation de la lentille mince réduite donne dans ce cas:

$$\frac{1}{F}=\frac{3}{16}\int_a^b(\frac{V'}{V})^2 dz=\Omega^2 l$$ On aura donc:

$$\frac{F_{ex}}{F}=\frac{\Omega l}{\sin\Omega l}>1 \qquad F_{ex}>F$$

Revenons au cas général: si la courbe $(\frac{V'}{V})^2$ ne s'écarte pas trop d'une fonction rectangulaire on peut définir par raison de continuité une distance focale améliorée F_{am} qui sera donnée par:

$$\frac{F_{am}}{F}=\frac{\Omega l}{\sin\Omega l} \quad \text{avec} \quad (\Omega l)^2=\frac{l}{F}$$

Pratiquement on pourra prendre pour l la distance des points où la fonction $(\frac{V'}{V})^2$ passe par la moitié de sa valeur maxima.

F sera évidemment donné par $\frac{1}{F} = \frac{3}{16}\int_a^b \left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz$; le procédé s'applique d'aut ant mieux que y(z) est plus voisin d'une fonction rectangulaire.

2- Procédé des deux lentilles minces

L'approximation de la lentille mince réduite est d'autant meilleure que l'intervalle AB est plus petit d'où l'idée de composer cet intervalle en un certain nombre d'intervalles partiels Δz, comme nous l'avons fait à la page 11. On obtient alors plusieurs lentilles minces que l'on combine suivant les règles de l'optique des lentilles non accolées baignées par deux milieux identiques.

Pratiquement l'auteur signale qu'il suffit de se limiter à deux lentilles partielles : le progrès obtenu en prenant 3 ou 4 lebtilles ne justifie pas la complication plus grande des calculs. Nous diviserons donc l'intervalle AB de manière à ce que l'aire limitée par la courbe y(z) soit partagée en deux moitiés à peu près égales: les abscisses G_1 et G_2 des centres de gravité de ces deux aires partielles seront les centres des deux lentilles minces ainsi obtenues; nous poserons $l=G_1G_2$ et appellerons F_1 et F_2 les distances focales réduites de ces deux lentilles. Nous aurons en les combinant:

$$\frac{1}{F_{am}} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2} - \frac{l}{F_1F_2}$$

F_{am} étant la nouvelle distance focale réduite de la lentille initiale

Mais nous avons:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}$$

$$F_1 \simeq F_2$$

donc $F_1 \simeq 2F \simeq F_2$ et par suite $F_1 F_2 \simeq 4F^2$

Il vient finalement:

$$\frac{1}{F_{am}} = \frac{1}{F}\left(1 - \frac{1}{4F}\right)$$

L'auteur signale que ce procédé est le meilleur: nous l'avons employé systématiquement.

Pour toutes les lentilles que nous aurons à étudier la courbe $\left(\frac{V'}{V}\right)^2$ a la forme d'une courbe en cloche sensiblement symétrique par rapport à son maximum . Dans un tel cas la méthode s'applique bien et l'erreur qui est de l'ordre de 2% quand la lentille est très converg ente (rapport de tension >10), décroît rapidement quand la lentille est moins forte pour atteindre d'après l'auteur une valeur de l'ordre du millième quand la lentille est faible (lentilles d'accélération dont les rapports de tension sont compris entre 1 et 2)

3° Calcul pratique

A- La lentille est composée de deux cylindres coaxiaux dont les diamètres sont dans le rapport 1,5

a- Détermination du potentiel axial V(z)

Il n'existe dans ce cas aucune expression analytique susceptible de nous le donner: deux méthodes sont seules possibles: la résolution numérique de l'équation de Laplace par la méthode de relaxation et la méthode expérimentale rhéographique. La méthode de relaxation est longue et peu commode, nous l'avons utilisée pendant le temps qui fut nécessaire au montage d'une petite cuve rhéographique d'un modèle simple mais assez précis et nous avons finalement fait les calculs avec les deux valeurs obtenues pour le potentiel.

1-Montage rhéographique

La cuve a été faite en polychlorure de vinyle qui est un bon isolant au dessous de 1000cycles/s :ses dimensions sont L=700mm l=400mm h=300mm

Le système de repérage est formé de deux barres graduées rectangulaires dont l'une est mobile à l'aide de deux crémaillères. A l'extrémité de cette dernière est montée une sonde en platine de 0,2 mm. de diamètre.

Le dispositif potentiométrique est constitué par deux boîtes de résistances A.O.I.P. type RA_4 de 11 000 Ohms chacune montées en série. Chaque boîte comportell points. On peut donc disposer de 22 points en tout; la précision est de 0,2 %. Pour éviter la polarisation des électrodes, on opère en courant alternatif de 500 cycles/s avec une tension de l'ordre de 20volts.

Le détecteur de O utilisé est un oscillographe cathodique capable d'indiquer une différence de tension de 0,2 volts. On a pris comme électrolyte de l'eau ordinaire.

Mode opératoire

Le système étant de révolution, on peut en faire figurer seulement la moitié: la surface libre du liquide joue le rôle de plan de symétrie. Les deux demi cylindres de cuivre ont été agrandis deux fois par rapport aux dimensions réelles et subissent avant les mesures un nettoyage poussé. La mise en place doit être faite avec le plus grand soin: il faut que l'électrolyte affleure exactement et sur toute la longueur du système. La sonde plonge dans le liquide sur une profondeur de 1 mm. environ.

Une des électrodes S_1 est mise au potentiel a_1, l'autre S_2 au potentiel O (Fig. 3) ($a_1 \simeq 20$ volts). Il prend naissance une distribution de potentiel a(xyz) unique qui satisfait à:

$$\begin{cases} a(xyz) = a_1 \text{ sur } S_1 \\ a(xyz) = a_2 = 0 \text{ sur } S_2 \\ \Delta a = 0 \end{cases}$$

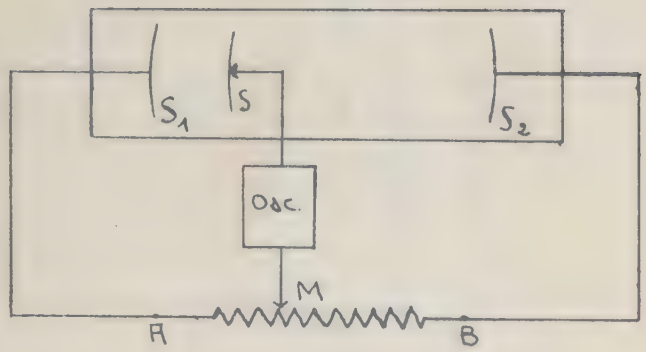
Supposons que les électrodes de ce même système soient portées à des tensions V_1 et V_2, la fonction:

$$V(xyz) = V_2 + \frac{V_1 - V_2}{a_1} a(xyz)$$

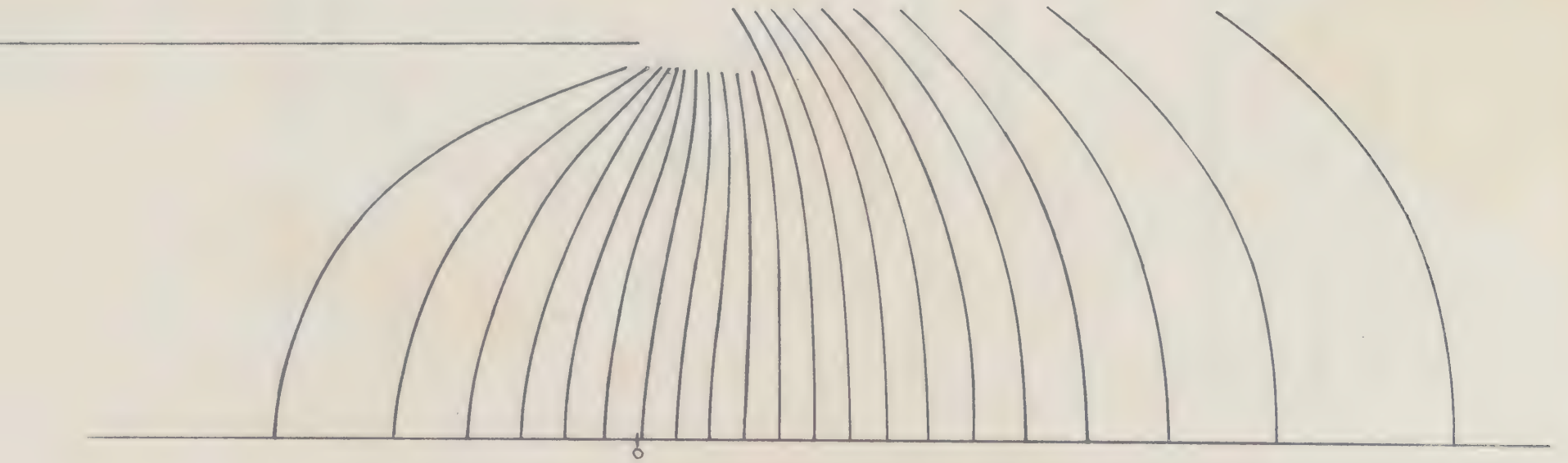
est telle que :

$$\begin{cases} V(xyz) = V_1 \text{ sur } S_1 \\ V(xyz) = V_2 \text{ sur } S_2 \\ \Delta V = 0 \end{cases}$$

Figure 3



m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
z	-8	-2,95	-2	-1,42	-0,98	-0,61	-0,28	+0,02	+0,3	+0,58	+0,85	+1,12
m	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
z	+1,41	+1,7	+ 2	+2,33	+2,7	+3,12	+3,62	+4,26	+5,12	+6,56	+13	



Cette fonction V est donc la solution que l'on sait unique pour des conditions aux limites fixées: en conclusion, nous voyons qu'il suffit de connaitre a(xyz) pour avoir la distribution de potentiel dans n'importe quel cas. En particulier, si pour le système $(a_1,0)$ on a déterminé une surface équipotentielle S telle que: $a(xyz) = a_S$ on voit que S sera une surface équipotentielle pour un système (V_1,V_2) ce potentiel étant :

$$V_s = V_2 + \frac{V_1-V_2}{a_1} a_S$$

Détermination des surfaces équipotentielles a_s

Soit:R la résistance totale du potentiomètre R= 22 000 Ohms

I le courant qui traverse cette résistance 0,9 mA

En un point M de ce potentiomètre le potentiel est V_M tel que:

$$V_A - V_M = m \frac{R}{n} I \qquad n=22 \qquad 0 \leqslant m \leqslant 22$$

mais:

$$V_A - V_B = RI$$ il vient donc:

$$V_M = V_A - m \frac{V_A-V_B}{n} = V(m)$$

On cherche avec la sonde les points x y z de l'électrolyte où le potentiel est V(m), l'égalité des potentiels étant indiquée par l'oscillographe. On obtient une surface S au potentiel $a_s = V(m) = a_1(1- \frac{m}{n})$.

Nous avons fait figurer sur la figure 3 les sections de ces

surfaces de révolution; c'est essentiellement le potentiel axial qui nous intéresse: c'est pourquoi nous en donnons les valeurs numériques en fonction de m. Le point O est pris pour origine des Z , Ces valeurs du potentiel ont été obtenues en faisant t rois séries de mesures et en prenant la moyenne: il y a en effet des très légéres variations dûes essentiellement à la hauteur de l'électrolyte qui doit affleurer exactement.

Dans le cas d'un système de tension V_1 V_2 la surface S est au potentiel :

$$V_s = V_2 + \frac{V_1 - V_2}{a_1} \times a_1 \left(1 - \frac{m}{n}\right) = V_1 - m\left(\frac{V_1 - V_2}{n}\right)$$

Ainsi dans le cas $V_1 = -40$ KV $V_2 = -240$ KV

$$V_1 - V_2 = 200$$

On aura:

$$V_s = -\left[40 + m(9{,}09)\right]$$

Nous aurons donc facilement les surfaces équipotentielles et en particulier le potentiel axial quelques soient les tensions appliquées aux deux électrodes. Compte tenu de la précision du dispositif électrique indiquée plus haut et des erreurs dues à la mise en place du système et au repèrage des coordonnées , nous estimons que la précision des mesures est de l'ordre de 3%

2- Méthode de relaxation

Cette méthode qui est une méthode de résolution numérique d'une équation aux dérivéespartielles du deuxième ordre est longue. Le principe est de remplacer l'équation de Laplace pour un système de révolution :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

par une équation aux différences finies. Le potentiel étant connu sur un contour fermé on divise le domaine intérieur à ce contour en carrés de côté a : on obtient ainsi un premier réseau. La théorie de la méthode (Durand: Electrostatique et Magnétostatique) montre que si M_o est un point du réseau à une distance r de l'axe et si V_o représente le potentiel en ce point on a en posant r= Ia :

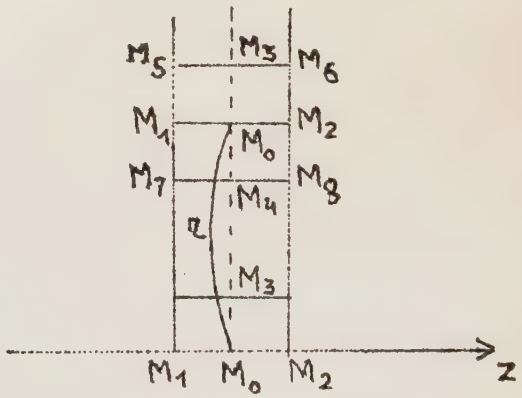
(9) $8IV_o = 2IV_1 + (2I+1)V_3 + 2IV_2 + (2I-1)V_4$

où V_1 V_2 V_3 V_4 sont respectivement les potentiels aux points

$M_1 \begin{cases} r \\ z-a \end{cases}$ $M_2 \begin{cases} r \\ z+a \end{cases}$ $M_3 \begin{cases} r+a \\ z \end{cases}$ $M_4 \begin{cases} r-a \\ z \end{cases}$

La méthode permet de calculer V_o connaissant V_1 V_2 V_3 V_4. Lorsque le point M_o est situé sur l'axe, il correspond à I=O par conséquent la formule précédente n'est pas applicable Dans ces conditions V_o est donné par:

$6V_o = V_1 + V_2 + 4V_3$



On attribue en chaque point du réseau une valeur voisine de ce qu'on pense être la valeur réelle: ce système de valeurs constitue la fonction d'essai V.

Ayant choisi un sens de parcours du réseau, on calcule

le potentiel en chaque point par la formule (9). La valeur trouvée est aussitôt attribuée au point où elle vient d'être calculée et sert ainsi pour le calcul du point voisin. Quand on a parcouru tout le réseau, on a obtenu un deuxième système de valeur qui constitue la fonction améliorée $\overline{V}$. On détermine la différence $d = \overline{V} - V$ en chaque point: si la fonction V a été choisie convenablement cette différence doit être faible; elle est nulle aux limites du réseau là où le potentiel est connu. On applique ensuite la méthode à la fonction d: on ob tient des systèmes de valeurs $T_1 d$, $T_2 d$, ... $T_k d$ (T est un opérateur qui correspond à un parcours du réseau). Quand les valeurs $T_k d$ sont partout décroissantes et de même signe, on pose:

$$\lambda = \frac{T_k d}{T_{k-1} d}$$

on a alors le potentiel U en chaque point :

$$U = \overline{V} + T_1 d + T_2 d + \ldots\ldots T_{k-1}\, d + \frac{1}{1-\lambda}\, T_k d$$

Notons que le réseau doit toujours être parcouru dans le même sens. Dans les régions où les gradients sont forts, il est nécessaire de diviser plusieurs fois la maille; il suffit pour cela de calculer le potentiel au centre de chaque carré par la formule:

$$8IV_o = (2I+1)(V_5+V_6)+(2I-1)(V7+V_8)$$

V_5 V_6 V7 V_8 étant le potentiel aux points M_5 M_6 M_7 M_8 . Lorsque le potentiel est déterminé en tous les points de ce nouveau réseau, on lui applique la méthode précédente.

Mode opératoire

Le calcul a été fait pour les potentiels suivants: 40 KV pour le cylindre de plus petit rayon et 240 KV pour le cylindre de plus grand rayon. Ces rayons étant respectivement égaux à R_1=32 mm. et R_2= 48 mm. , on a pris pour commencer des carrés de $\frac{R1}{2} = \frac{R2}{3}$= 16 mm.

Il y a intérêt à utiliser au début des carrés de grande dimension car la convergence est beaucoup plus rapide. La fonction d'essai ét ait ég ale à 40 KV à l'intérieur du petit cylindre, 240KV à l'intérieur du g rand et 140 sur la surface de séparation. On ob tient une première distribution.

On a passé ensuite à une maille deux fois plus petite soit 8 mm. dans la région comprise entre les plans z=-48 et z=+80, puis à une maille de 4 mm. dans la région z=-16mm. et z=+24 mm.: on voit (Tab leau p.25) que les valeurs augmentent beaucoup lorsque la maille diminue; il est donc absolument indispensable d'employer un réseau suffisamment fin , mais lorsque les carrés diminuent la convergence décroît et il faut parcourir le réseau un très grand nombre de fois pour les T_kd soient tous de même signe et décroissants et que l'on puisse ainsi extrapoler: pour la maille 8mm. il fallut parcourir 11 fois le réseau et 15 fois pour la maille 4mm.

D'autre part une remarque importante s'impose: lorsqu'on diminue la maille dans une certaine région, on est conduit à utiliser certains points du réseau précédent pour lesquels on avait trouvé des valeurs consistantes. Ces valeurs vont se trouver

modifiées par le calcul avec le nouveau réseau et on sera amené en reprenant le calcul pour tout le premier réseau à modifier les valeurs des points laissés de côté par le second réseau. Il faudra donc ensuite revenir sur le calcul avec la maille réduite puisque les points communs, en particulier sur les frontières, auront été modifiés. Cette méthode apparaît ainsi comme assez fastidieuse sauf si la fonction d'essai se rapproche de la fonction correcte et si la précision demandée n'est pas prohibitive. Nous aurions pu utiliser comme fonction d'essai le résultat de la mesure rhéographique mais nous avions entrepris notre étude théorique avant d'effectuer cette mesure ayant eu à résoudre des problèmes de matériel. A la fin de cette étude, nous avons eu connaissance d'un travail de MOTZ et KLAMFER (Proc. Phys.Soc. 1946 58,30) sur le même sujet. Ces deux auteurs ont procédé exactement de la même manière (même méthode, mêmes réseaux) avec en plus un quatrième réseau de 2mm. dans la région où les variations sont les plus brusques, c'est à dire au voisinage des deux cylindres.

Nous avons pu vérifier que l'introduction d'une maille de 2 mm. augmente encore légèrement les valeurs du potentiel.

Les auteurs ont fait le calcul pour des tensions respectives V_1 =200 volts sur le petit cylindre V_2=1200 volts sur le grand, soit pour un rapport de tension égal à 6, donc le même que nous. De toutes manières ceci importe peu, car si on connait la distribution de potentiel pour un système de tension , on peut l'avoir pour n'importe lequel; en effet, on voit aisèment que si V(xyz) est la solution pour des conditions aux limites V_1 et V_2 , la

solution pour des conditions V'_1 et V'_2 sera:

$$V'(xyz)=V'_2+\frac{V'_1-V'_2}{V_1-V_2}\left[V(xyz)-V_2\right]$$

Pour montrer l'influence de la grandeur de la maille, nous avons fait figurer ci-dessous les valeurs des réseaux 16, 8, et 4. Nous ne donnons les valeurs que pour le potentiel axial mais il est bien évident qu'il en est de même pour tout le demi plan au-dessus de l'axe.

z	réseau 1.6	réseau 0,8	réseau 0,4
-8	40,2	40,2	40
-5,6			41,2
-4,8	42	42	42,4
-4		43,2	44,4
-3,2	45,6	46,1	47,8
-2,4		50,7	53,6
-1,6	56	59,1	63,4
-1,2			70,6
-0,8		73,2	79,4
-0,4			89,8
0	83,1	94,3	101,6
+0,4			114,7
+0,8		121,8	128,4
+1,2			142
+1,6	142,9	149,8	155,2
+2			167,4
+2,4		174,1	178,4
+3,2	188	193,3	196,4
+4		207,8	209,6
+4,8	214	218,2	219
+5,6		225,4	225,6
+6,4	227,4	229,9	230,2
+7,2		233	233,4
+8	234	234,8	235,6
+9,6	237,2	237,2	238,4
+12,8	239,4	239,4	240

Nous avons comparé les valeurs du potentiel obtenues expérimentalement et théoriquement en construisant les courbes à très

grande échelle: on const ate que pour les $z > 0$, les deux courbes coïncident bien, pour les $z < 0$ les valeurs expérimentales sont supérieures aux valeurs théoriques, la différence qui n'excède jamais 2KV diminue à mesure que z tend vers 0. Il est d'ailleurs tout à fait possible que les valeurs expérimentales soient meilleures, car les calculs théoriques sont, pour les $z < 0$, obtenus par défaut: pour une maille de longueur nulle, il y aurait encore une augmentation.

b) Calcul des lentilles

Ayant déterminé le potentiel V sur l'axe, nous avons calculé les éléments cardinaux de la lentille pour les six rapports de tension dont nous avons besoin avec les valeurs du potentiel théorique et avec les valeurs du potentiel expérimental. Nous de vons pour cela connaitre la fonction $(\frac{V'}{V})^2$. Nous allons, pour calculer cette fonction, dériver par les méthodes de l'analyse numérique la fonction V que nous venons d'obtenir. Nous avons utilisé po r cela une formule à 3 points en négligeant la dérivée troisième. Ces formules sont: (Milne : Numerical Calculus)

$$y'_o = \frac{1}{2h}(-3y_o + 4y_1 - y_2) + \frac{h^2}{3} y^{(3)}$$

$$y'_1 = \frac{1}{2h}(-y_o + y_2) + \frac{h^2}{6} y^{(3)}$$

$$y'_2 = \frac{1}{2h}(y_o - 4y_1 + 3y_2) + \frac{h^2}{3} y^{(3)}$$

On connaitra ainsi V'. La fonction $(\frac{V'}{V})^2$ a été calculée au

TABLEAU II

(I) Théorique					(I) Expérimental				
z	V	V'	V_m	$(V'/V_m)^2$	z	V	V'	V_m	$(V'/V_m)^2$
-8	-16								
		-0,3	-16,4	$334,5\ 10^{-6}$					
-5,6	-17,2								
		-1,5	-17,7	$7182,6\ 10^{-6}$					
-4,8	-18,4								
		-2,5	-19,2	16954					
-4	-20,4				-8	-16			
		-4,25	-21,8	37986			-1,8	-20,5	$7709\ 10^{-6}$
-3,2	-23,8				-2,95	-25,1			
		-7,25	-26,3	76010			-9,6	-29,6	$105170\ 10^{-6}$
-2,4	-29,6				-2	-34,2			
		-12,3	-33,9	130610			-15,7	-38,7	164592
-1,6	-39,4				-1,42	-43,3			
		-18	-42,8	176904			-20,7	-47,8	187576
-1,2	-46,6				-0,98	-52,4			
		-22	-50,8	187576			-24,6	-56,9	186883
-0,8	-55,4				-0,61	-61,4			
		-26	-60,4	185330			-27,5	-66	173639
-0,4	-65,8				-0,28	-70,5			
		-29,5	-71,6	169991			-31,3	-79,6	154606
0	-77,6				+0,3	-88,7			
		-32,8	-84,1	151632			-33,1	-97,8	114515
0,4	-90,7				+0,85	-106,9			
		-34,3	-97,6	123271			-32,5	-116	78512
0,8	-104,4				+1,41	-125,1			
		-34	-111,3	93391			-30,8	-134,2	52670
1,2	-118				2	-143,3			
		-33	-124,7	70013			-27,5	-147,8	34633
1,6	-131,2				-2,33	-152,4			
		-30,5	-137,4	49284			-24,6	-156,9	24586
2	-143,4				-2,7	-161,5			
		-27,5	-149	34077			-21,6	-166	16926
2,4	-154,4				3,12	-170,6			
		-22,5	-164	18824			-18,2	-175,1	10795
3,2	-172,4				3,62	-179,6			
		-16,5	-179,6	8445			-14,2	-184,2	5944
4	-185,6				4,26	-188,7			
		-11,8	-190,8	3794,6			-10,6	-193,3	3003
4,8	-195				5,12	-197,8			
		-8,3	-198,6	1725,6			-6,3	-202,4	967,2
5,6	-201,6				6,56	-206,9			
		-5,8	-204,1	793,5			-1,41	-211,4	$44,9\ 10^{-6}$
6,4	-206,2				13	-216			
		-4	-207,9	370,2					
7,2	-209,4								
		-2,8	-210,6	170,6					
8	-211,6								
		-1,8	-213,2	67,4					
9,6	-214,4								
		-0,5	-215,4	$5,38\ 10^{-6}$					
12,8	-216								

milieu de chaque intervalle car pour faire par la suite une intégration approchée de $R''+\frac{3}{16}(\frac{V'}{V})^2R=0$ il est préférable de connaitre la fonction caractéristique $T=-\frac{3}{16}(\frac{V'}{V})^2$ au milieu de l'intervalle; le potentiel V au milieu de chaque intervalle a été déterminé par interpolation. Nous donnons le détail du calcul dans un seul cas sur les six (Tableau I): ce cas correspond au rapport de tension 13,5.

V est toujours exprimé en KV et z en centimètres, ce qui donne V' en KV/cm. La distance focale réduite F donnée par:

$$\frac{1}{F}=\frac{3}{16}\int_a^b\left(\frac{V'}{V}\right)^2 dz$$

sera en centimètres [$(\frac{V'}{V})^2$ a la dimension L^{-2} donc $(\frac{V'}{V})^2 dz$ a la dimension L^{-1} et l'intégrale aussi] Pour construire la courbe $(\frac{V'}{V})^2$ nous avons utilisé un coefficient de normalisation K choisi de manière à ce que la courbe ait des dimensions raisonnables. On définira alors

$$g(z)=K\left(\frac{V'}{V}\right)^2$$

g(z) est porté en centimètres, l'aire de cette courbe qui est égale à $\int_a^b g(z)dz$, nous est donnée directement en cm^2 par l'intégrimètre et on a:

$$F_{cm}=\frac{16K}{3\int_a^b g(z)dz}$$

Nous avons fait dans tous les cas deux mesures de l'aire de la courbe et nous avons pris la plus faible car (nous l'avons dit

p.13) la méthode donne une distance focale réduite trop courte, il y a donc intérêt à prendre l'aire plutôt par défaut. Nous donnons la courbe g(z) dans un seul cas (Fig. n°3 bis)

Il nous faut ensuite déterminer l'abscisse du centre de gravité de la courbe $(\frac{V'}{V})^2$. Notons que cette abscisse n'est pas changée par une dilatation d'ordonnée telle que nous l'avons faite: elle sera donc la même que celle du centre de gravité de la courbe g(z) soit:

$$\overline{OG} = \frac{\int_a^b zg(z)\,dz}{\int_a^b g(z)\,dz}$$

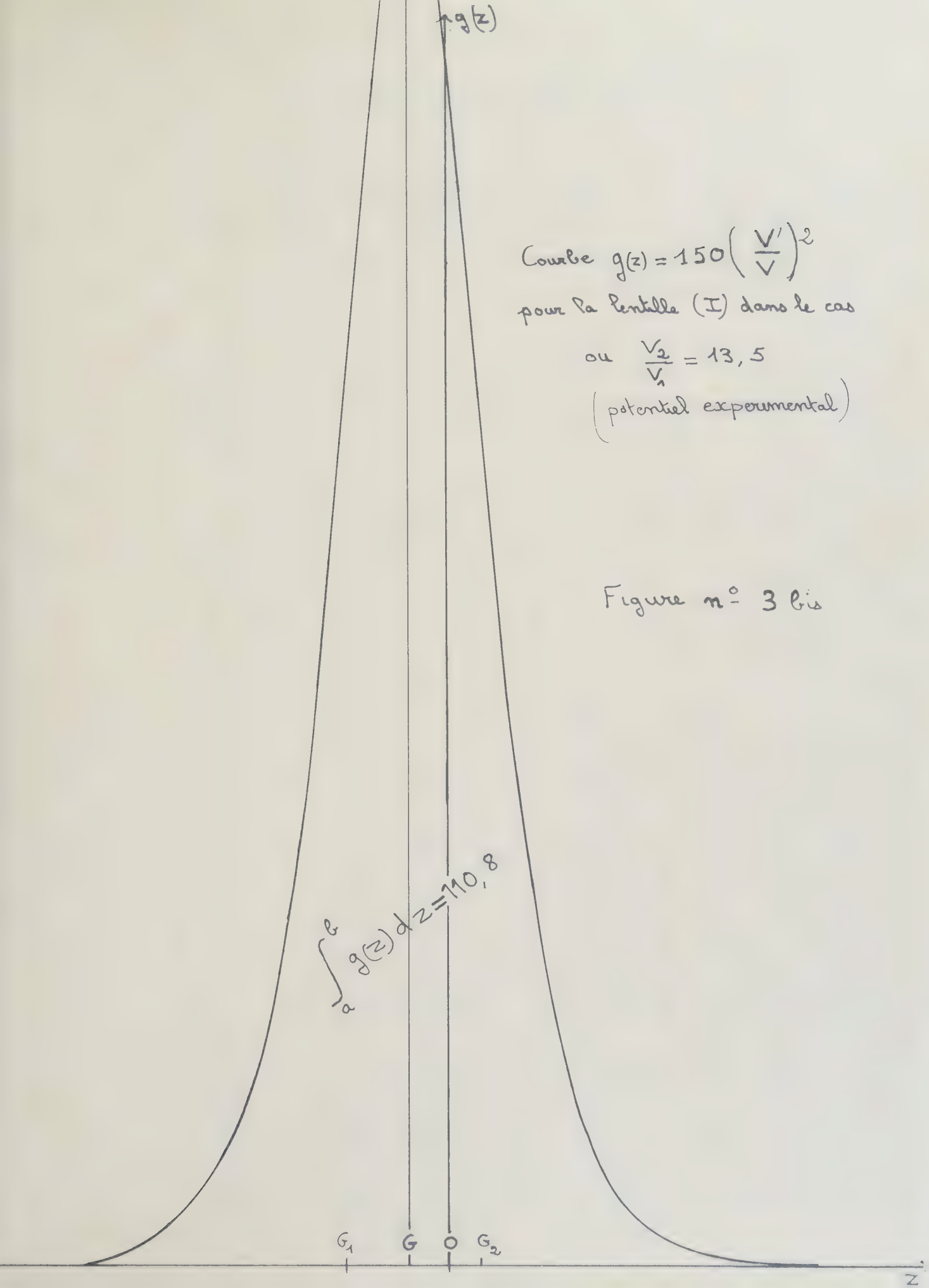
$\int_a^b zg(z)dz$ est déterminée en construisant la courbe z g(z) et en calculant son aire. (O est toujours le point de l'axe sur la surface de séparation des deux cylindres)

On divise finalement la courbe en deux parties d'aire à peu près égales par une droite perpendiculaire à Oz (pratiquement on constate que l'abscisse de cette droite est sensiblement celle du centre de gravité, par suite de la forme symétrique de la courbe) et on détermine les abscisses des centres de gravité des deux aires partielles ainsi obtenues: $\overline{OG}_1$ et $\overline{OG}_2$ d'où la distance G_1G_2. On peut alors calculer la distance focale améliorée:

$$F_{am} = \frac{F}{1 - \frac{G_1G_2}{4F}}$$

Les foyers F_1 et F_2 seront déterminés par:

$$\overline{OF}_1 = \overline{OG} + \overline{GF}_1 = F_1 \qquad \overline{OF}_2 = \overline{OG} + \overline{GF}_2 = F_2$$



Courbe $g(z) = 150\left(\frac{V'}{V}\right)^2$

pour la lentille (I) dans le cas

ou $\frac{V_2}{V_1} = 13,5$

(potentiel experimental)

Figure n° 3 bis

TABLEAU II

	(I) théor.	(I) exp	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,0741	0,0741	0,519	0,675	0,755
$\frac{V_2}{V_1}$	13,5	13,5	1,926	1,481	1,325
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,5216	0,5216	0,8489	0,9065	0,9321
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,9168	1,9168	1,178	1,1031	1,0728
$g(z)$	$150\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$150\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$\frac{1}{3}10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^b g(z)dz$	110,8	110,6	121	131,6	67,2
F	7,2	7,25	146,9	405,3	793,6
G_1G_2	2,75	2,8	3,6	3,6	3,55
F_{am}	8	8	147,8	406,2	794,5
$\overline{GF_1}$	− 8	− idem	− 147,8	− 406,2	− 794,5
$\overline{GF_2}$	+ 8	+ "	+ 147,8	+ 406,2	+ 794,5
$\overline{OG}$	− 0,8	"	− 0,65	− 0,4	− 0,3
F_1	− 8,8	− "	− 148,45	− 406,6	− 794,8
F_2	+ 7,2	+ "	+ 147,15	+ 405,8	+ 794,2
$\overline{GP_1}$	− 3,8	− "	− 22,3	− 38	− 53,9
$\overline{GP_2}$	− 7,4	− "	− 26,3	− 41,9	− 57,8
δ_1	+ 4,2	+ "	+ 125,5	+ 368,2	+ 740,6
δ_2	− 15,4	− idem	− 174,1	− 448,1	− 852,3

TABLEAU III

	(I) théor.	(I) exp.	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,096	0,096	0,525	0,678	0,756
$\frac{V_2}{V_1}$	10,37	10,37	1,904	1,475	1,322
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,5572	0,5572	0,8514	0,90745	0,9326
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,7947	1,7947	1,1745	1,102	1,0722
$g(z)$	$150\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$150\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$\frac{10^4}{3}\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^e g(z)dz$	91	92,2	117,6	129	66,2
F	8,8	8,7	151,2	413,4	805,6
G_1G_2	2,7	2,75	3,6	3,6	3,55
F_{am}	9,5	9,45	152,1	414,3	806,5
$\overline{GF_1}$	- 9,5	- 9,45	- 152,1	- 414,3	- 806,5
$\overline{GF_2}$	+ 9,5	+ 9,45	+ 152,1	+ 414,3	+ 806,5
$\overline{OG}$	- 0,55	- 0,65	- 0,65	- 0,4	- 0,3
F_1	- 10,05	- 10,1	- 152,75	- 414,7	- 806,8
F_2	+ 8,95	+ 8,8	+ 151,45	+ 413,9	+ 806,2
$\overline{GP_1}$	- 4,2	- 4,2	- 22,6	- 38,3	- 54,4
$\overline{GP_2}$	- 7,55	- 7,5	- 26,6	- 42,2	- 58,3
δ_1	+ 5,3	+ 5,25	+ 129,5	+ 376	+ 752,1
δ_2	- 17,05	- 16,95	- 178,7	- 456,5	- 864,8

TABLEAU IV

	(I) théor.	(I) exp	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,138	0,138	0,537	0,683	0,76
$\frac{V_2}{V_1}$	7,25	7,25	1,86	1,463	1,316
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,6094	0,6094	0,85605	0,90926	0,9336
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,6409	1,6409	1,16816	1,0997	1,07115
$g(z)$	$200\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$200\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$\frac{1}{3}10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^b g(z)\,dz$	88,2	88	108	122,6	64,6
F	12,1	12,1	164,6	435	825,6
G_1G_2	2,6	2,7	3,6	3,6	3,55
F_{am}	12,8	12,8	165,5	435,9	826,5
$\overline{GF_1}$	− 12,8	− 12,8	− 165,5	− 435,9	− 826,5
$\overline{GF_2}$	+ 12,8	+ 12,8	+ 165,5	+ 435,9	+ 826,5
$\overline{OG}$	− 0,35	− 0,5	− 0,6	− 0,4	− 0,3
F_1	− 13,15	− 13,3	− 166,1	− 436,3	− 826,8
F_2	+ 12,45	+ 12,3	+ 164,9	+ 435,5	+ 826,2
$\overline{GP_1}$	− 5	− 5	− 23,8	− 39,6	− 54,9
$\overline{GP_2}$	− 8,2	− 8,2	− 27,8	− 43,5	− 58,8
δ_1	+ 7,8	+ 7,8	+ 141,7	+ 396,3	+ 771,6
δ_2	− 21	− 21	− 193,3	− 479,4	− 885,3

TABLEAU V

	(I) théor	(I) exp	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,167	0,167	0,545	0,687	0,762
$\frac{V_2}{V_1}$	6	6	1,833	1,454	1,312
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,6389	0,6389	0,8594	0,9106	0,9343
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,5651	1,5651	1,1636	1,0982	1,0704
$g(z)$	$250\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$250\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$\frac{10^4}{3}\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^b g(z)dz$	91,2	90,6	103,4	118,7	62,4
F	14,6	14,7	171,9	449,3	854,7
G_1G_2	2,6	2,7	3,6	3,55	3,5
F_{am}	15,3	15,4	172,8	450,2	855,6
$\overline{GF_1}$	− 15,3	− 15,4	−172,8	− 450,2	− 855,6
$\overline{GF_2}$	+ 15,3	+ 15,4	+ 172,8	+ 450,2	+ 855,6
$\overline{OG}$	− 0,2	− 0,3	− 0,6	− 0,4	− 0,25
F_1	− 15,5	− 15,7	− 173,4	− 450,6	− 855,8
F_2	+ 15,1	+ 15,1	+ 172,2	+ 449,8	+ 855,3
$\overline{GP_1}$	− 5,5	− 5,55	− 24,3	− 40,2	− 56,2
$\overline{GP_2}$	− 8,65	− 8,7	− 28,3	− 44,2	− 60,2
δ_1	+ 9,8	+ 9,85	+ 148,5	+ 410	+ 799,4
δ_2	− 24	− 24,1	− 201,1	− 494,4	− 915,8

TABLEAU VI

	(I) théor.	(I) exp	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,21	0,21	0,559	0,694	0,7656
$\frac{V_2}{V_1}$	4,75	4,75	1,79	1,441	1,306
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,6774	0,6774	0,8646	0,9127	0,9354
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,4763	1,4763	1,1566	1,0957	1,069
$g(z)$	$300\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$300\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$\frac{1}{3}10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^c g(z)dz$	83	83	94,75	112,5	59,85
F	19,3	19,3	187,6	474,1	891,1
G_1G_2	2,6	2,7	3,6	3,55	3,5
F_{am}	20	20	188,5	475	892
$\overline{GF_1}$	- 20	- 20	- 188,5	- 475	- 892
$\overline{GF_2}$	+ 20	+ 20	+ 188,5	+ 475	+ 892
$\overline{OG}$	- 0,05	- 0,15	- 0,6	- 0,4	- 0,2
F_1	- 20,05	- 20,15	- 189,1	- 475,4	- 892,2
F_2	+ 19,95	+ 19,85	+ 187,9	+ 474,6	+ 891,8
$\overline{GP_1}$	- 6,45	- 6,45	- 25,5	- 41,5	- 57,6
$\overline{GP_2}$	- 9,5	- 9,5	- 29,5	- 45,4	- 61,5
ℓ_1	+ 13,55	+ 13,55	+ 163	+ 433,5	+ 834,4
ℓ_2	- 29,5	- 29,5	- 218	- 520,4	- 953,5

TABLEAU VII

	(I) théor.	(I) exp	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,286	0,286	0,583	0,706	0,773
$\frac{V_2}{V_1}$	3,5	3,5	1,714	1,417	1,294
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,7311	0,7311	0,8739	0,9166	0,9376
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,3678	1,3678	1,1442	1,091	1,0666
$g(z)$	$300\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$300\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$\frac{10^4}{3}\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^b g(z)\,dz$	53,8	54,4	81,15	102,15	56,35
F	29,75	29,45	219,1	522,1	946,4
G_1G_2	2,55	2,6	3,6	3,55	3,45
F_{am}	30,4	30,1	220	523	947,3
$\overline{GF_1}$	- 30,4	- 30,1	- 220	- 523	- 947,3
$\overline{GF_2}$	+ 30,4	+ 30,1	+ 220	+ 523	+ 947,3
$\overline{OG}$	+ 0,15	+ 0,1	- 0,5	- 0,35	- 0,2
F_1	- 30,25	- 30	- 220,5	- 523,3	- 947,5
F_2	+ 30,55	+ 30,2	+ 219,5	+ 522,6	+ 947,1
$\overline{GP_1}$	- 8,2	- 8,1	- 27,75	- 43,6	- 59,1
$\overline{GP_2}$	- 11,2	- 11,1	- 31,7	- 47,6	- 63,1
δ_1	+ 22,2	+ 22	+ 192,2	+ 479,4	+ 888,2
δ_2	- 41,6	- 41,2	- 251,7	- 570,6	- 1010,4

avec $|\overline{GF_1}| = |\overline{GF_2}| = F_{am}$

Les plans principaux P_1 et P_2 seront déterminés par la connaissance des distances focales

$$f_1 = \overline{F_1P_1} = \overline{GP_1} - \overline{GF_1} \qquad f_2 = \overline{F_2P_2} = \overline{GP_2} - \overline{GF_2}$$

avec GP_1 et GP_2 tous deux négatifs et donnés par:

$$|\overline{GP_1}| = F_{am}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}\right]$$

V_1 potentiel du petit cylindre

V_2 potentiel du grand cylindre

$$|\overline{GP_2}| = F_{am}\left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}-1\right]$$

Les quatre valeurs F_1 F_2 f_1 f_2 déterminent la lentille

c) Résultats et comparaison avec les abaques existantes.

Les valeurs numériques relatives aux 6 rapports de tension pour lesquels le calcul a été fait sont données dans les tableaux II à VII; les 6 valeurs étant réparties de façon à peu près équidistantes sont suffisantes pour construire des abaques. Il nous a paru intéressant de comparer nos résultats à ceux obtenus par MALOFF et EPSTEIN d'une part et SPANGENBERG et FIELD d'autre part , d'autantplus que les méthodes utilisées ne sont pas les mêmes. En effet Epstein a donné deux sortes d'abaques pour la lentille $\frac{D_2}{D_1} = 1,5$: les courbes de la première sorte (Fig.n°4) ont été obtenues expérimentalement au moyen d'un dispositif analogue au banc d'optique, celles de la deuxième (Fig.n°5) ont bien été déterminées théoriquement mais l'auteur indique seulement que les caractéristiques de la

lentille ont été obtenues par le calcul des trajectoires principales et ne donnent aucune indication sur la méthode employée. Quant aux abaques de Spangenberg (Fig. n°6) , elles sont comme les premières purement expérimentales·.

D'autre part, nous savons que dans une lentille électrostatique, le rapport des distances focales f_1 et f_2 est tel que:

$$\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \frac{V_2}{V_1}$$

V_1 et V_2 étant le potentiel des deux électrodes.
Ce rapport est donc connu. Or on peut constater que les valeurs données par Epstein et par Spangenberg vérifient cette égalité de manière assez éloignée dans la plupart des cas (Tableau ci-dessous). Ce critère n'est pas applicable à nos valeurs par suite de la nature de la méthode que nous avons employée, on a en effet:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{F_{am} - F_{am}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}\right]}{F_{am}\left[\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4} - 1\right] + F_{am}} = \frac{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}}{\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}} = -\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/2}$$

et la relation est automatiquement vérifiée.

V_2/V_1 :		3,5	4,75	6	7,25	10,37	13,5
$\left(f_2/f_1\right)^2$:	Epstein exp.		4,47	5,73	7,46		
	Epstein thé.	4,69	4,74	6,57			
	Spangenberg	3,62	4,53	5,19	6,91	9,68	13,63

En vue de comparer nos résultats à ceux des auteurs précédents

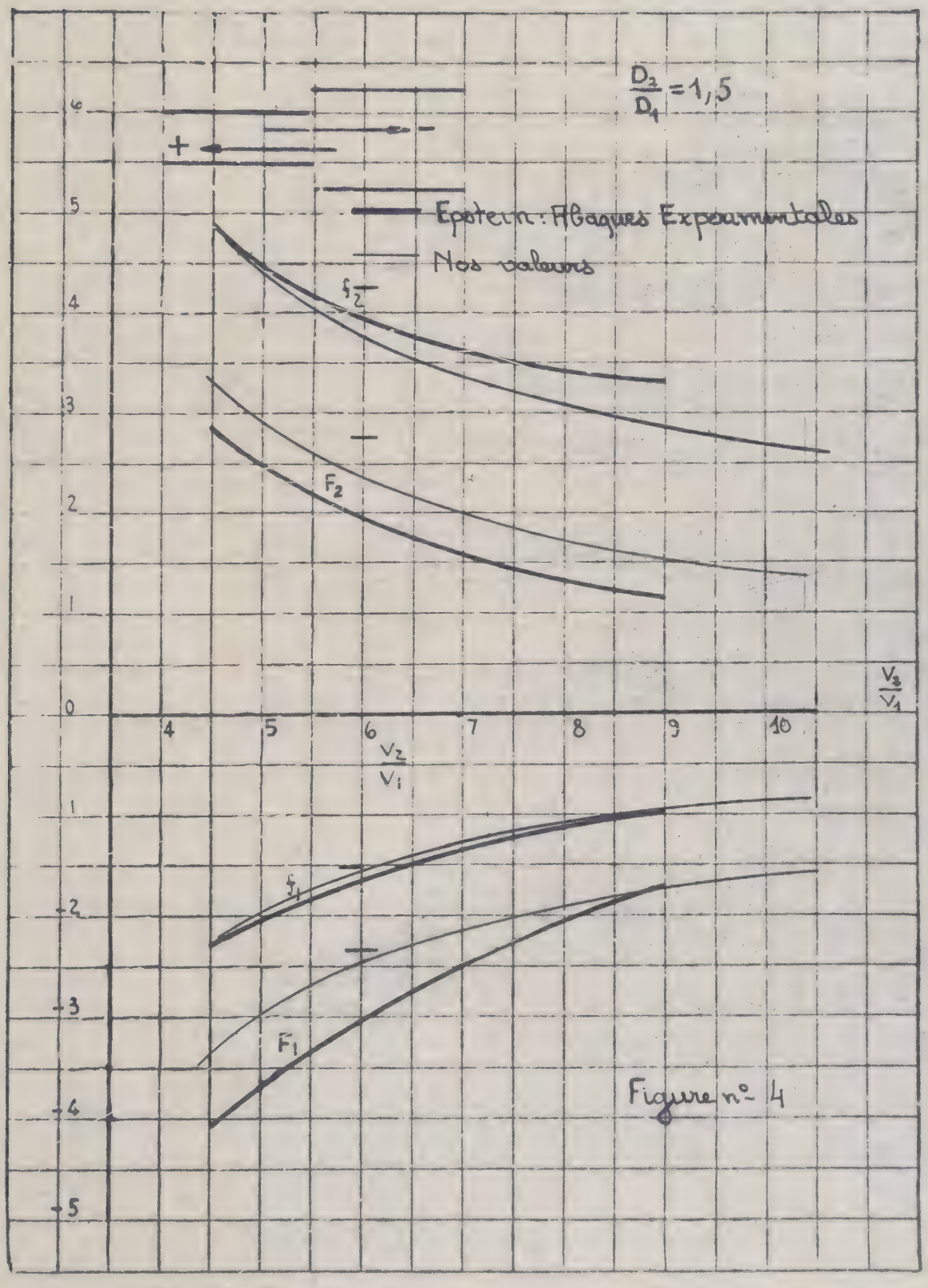

$\frac{D_2}{D_1} = 1,5$
+
−
Epstein : Abaques Expeaumentales
Nos valeurs
f_2
F_2
$\frac{V_2}{V_1}$
f_1
F_1
$\frac{V_2}{V_1}$
6
5
4
3
2
1
0
4
5
6
7
8
9
10
1
2
3
4
5

Figure n° 4

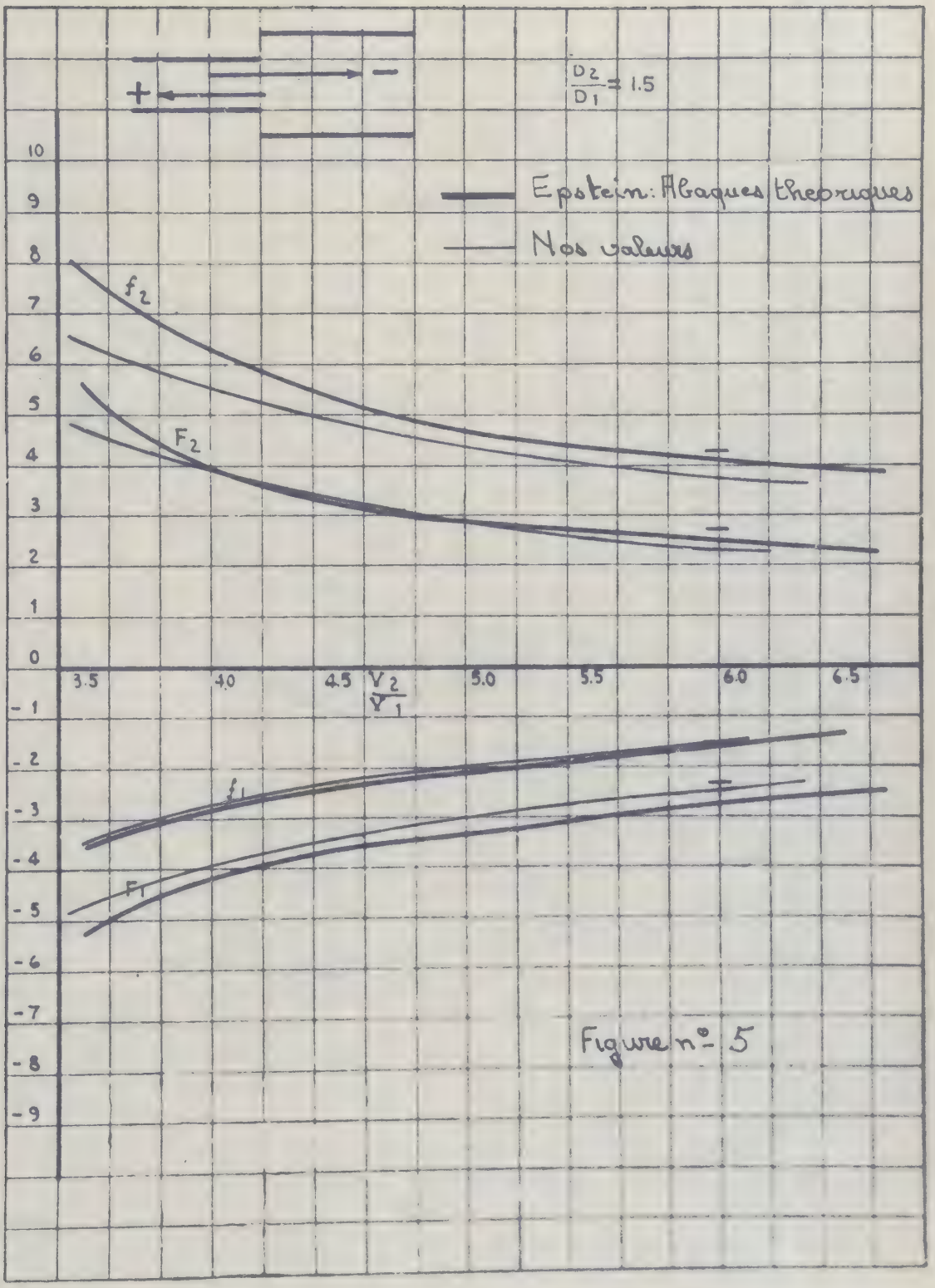

+
−
$\frac{D_2}{D_1} = 1.5$
Epstein: Abaques theoriques
Nos valeurs
f_2
F_2
f_1
F_1
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7
- 8
- 9
3.5
4.0
4.5
5.0
5.5
6.0
6.5
$\frac{V_2}{V_1}$

Figure n° 5

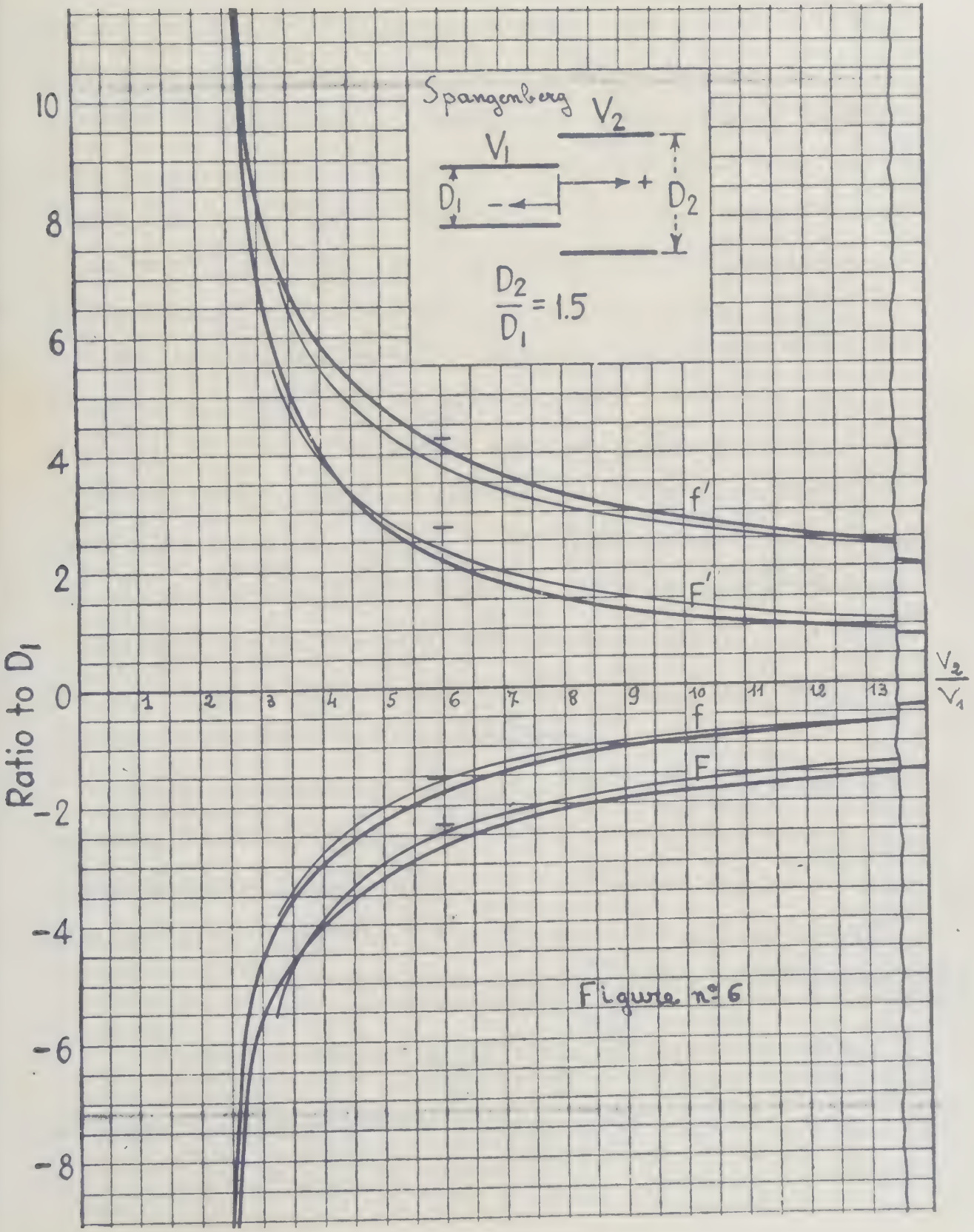

Spangenberg
V_2
V_1
D_1
D_2
+
$\frac{D_2}{D_1} = 1.5$
f'
F'
f
F
Ratio to D_1
$\frac{V_2}{V_1}$
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13

Figure n° 6

nous avons agrandi par photographie leurs abaques et avons porté sur chacune les valeurs que nous avons obtenues avec le potentiel expérimental. Avec l'unité de longueur choisie (diamètre D_1 du petit cylindre=64 mm.) les valeurs obtenues avec le potentiel théorique différent trop peu des précédentes pour que l'on puisse les faire figurer également. Nous avons indiqué par un court trait horizontal les valeurs des éléments cardinaux obtenus par MOTZ et KLANFER pour le rapport de tension $\frac{V_2}{V_1} = 6$

On remarque que dans tous les cas, les courbes représentatives de f_1 distance focale objet, sont à peu près confondues. Les courbes représentant F_1 et F_2 que nous avons trouvées sont plus symétriques par rapport à l'axe des abscisses que celles des deux auteurs. Il est à noter que dans tous les cas la différence $F_2 - F_1$ change de signe lorsque $\frac{V_2}{V_1}$ devient inférieur à une valeur de l'ordre de 4; toutefois dans le cas des résultats de MOTZ et KLAMFER, on a $F_2 > F_1$ alors que toutes les courbes donnent $F_2 < F_1$ pour $\frac{V_2}{V_1} = 6$.

Sur les graphiques le trait le plus fin représente nos valeurs, le trait le plus épais, les valeurs de l'auteur de l'abaque.(Fig.4,5,6) Nous pouvons noter enfin que les valeurs que nous avons trouvées pour f_2 sont < à celles des divers auteurs.

B- Lentilles composées de deux cylindres coaxiaux indéfinis de même diamètre D séparés par un intervalle de 0,4 D

a) Détermination du potentiel

Contrairement au cas précédent, on peut résoudre l'équation de Laplace par des procédés analytiques. On peut montrer que le potentiel en un poiht (r,z) est donné par (Durand: électrostatique et magnétostatique);

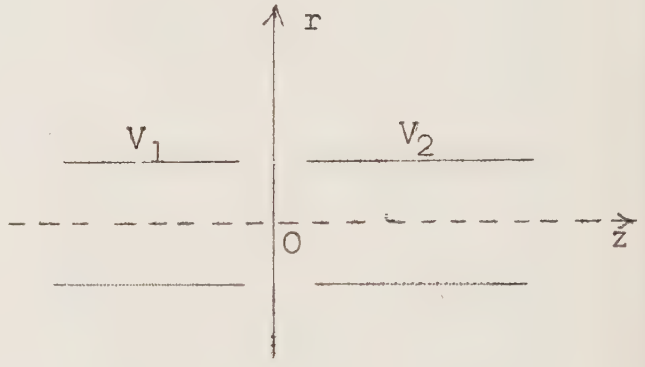
$$V(rz)= \frac{V_1+V_2}{2} + \frac{V_2-V_1}{\pi d}\int_0^{\infty} \frac{J_o(iur)}{J_o(iuR)} \frac{\sin uz}{u^2} \sin ud\, du$$

J_o fonction de Bessel imaginaire d'ordre O

R rayon des cylindres

2d intervalle entre les deux cylindres

V_1 et V_2 potentiel des deux cylindres



Cette équation n'étant résolvable que par des méthodes numériques et comme il est nécessaire de connaitre le potentiel uniquement sur l'axe, nous avons utilisé l'expression approchée (Grivet, Durand):

$$V(z)= \frac{V_1+V_2}{2} + \frac{V_2-V_1}{2} \frac{1}{2\omega d} \operatorname{Log} \frac{\operatorname{ch}\omega(z+d)}{\operatorname{ch}\omega(z-d)}$$

ou $$= \frac{1{,}318}{R}$$

Pratiquement nous avons: D=96 mm. et 2d=40 mm. soit $2d \simeq 0{,}4\ D$. On voit que la distribution du potentiel axial est régi par la fonction :

$$U(z)= \frac{1}{2\omega d} \operatorname{Log} \frac{\operatorname{ch}\omega(z+d)}{\operatorname{ch}\omega(z-d)}$$

TABLEAU VIII

	(II)				(III)			(IV)		
z	V	V'(z_m)	V(z_m)	$\left(\frac{V'}{V_m}\right)^2$	V	V(z_m)	$\left(\frac{V'}{V(z_m)}\right)^2$	V	V(z_m)	$\left(\frac{V'}{V(z_m)}\right)^2$
-14	-216				-416			-616		
		-0,3	-216,5	$1,92\ 10^{-6}$		-416,5	$0,518\ 10^{-6}$		-616,5	$0,237\ 10^{-6}$
-8	-218,9				-418,9			-618,9		
		-2,7	-221	$149,3\ 10^{-6}$		-421	41,09		-621	18,9
-6	-224,4				-424,4			-624,4		
		-5,6	-227	610		-427	171,9		-627	64,5
-5	-230,1				-430,1			-630,1		
		-8,7	-234	1382		-434	402		-634	188,2
-4	-238,9				-438,9			-638,9		
		-12,9	-244,8	2777		-444,8	841		-644,8	400,4
-3	-251,8				-451,8			-651,8		
		-16,5	-255,8	4160		-455,8	1310,4		-655,8	633
-2,5	-260				-460			-660		
		-18,9	-264,6	5102		-464,6	1654,9		-664,6	808,8
-2	-269,5				-469,5			-669,5		
		-21,1	-274,6	5904		-474,6	1976,7		-674,6	978,4
-1,5	-280				-480			-680		
		-22,9	-285,7	6424,7		-485,7	2223		-685,7	1115,6
-1	-291,5				-491,5			-691,5		
		-24,2	-297,4	6621		-497,4	2366,8		-697,5	1204,1
-0,5	-303,5				-503,5			-703,5		
		-24,9	-309,8	6459		-509,8	2385,3		-709,8	1230,6
0	-316				-516			-716		
		-24,9	-322,2	5972		-522,2	2273,4		-722,2	1188,9
0,5	-328,5				-528,5			-728,5		
		-24,2	-334,5	5234		-534,5	2049,4		-734,5	1085,7
1	-340,5				-540,5			-740,5		
		-22,9	-346,3	4373		-546,3	1757		-746,3	941,3
1,5	-352				-552			-752		
		-21,1	-357,4	3485		-557,4	1432,6		-757,4	776,2
2	-362,5				-562,5			-762,5		
		-18,9	-367,3	2648		-567,3	1110		-767,3	606,6
2,5	-372				-572			-772		
		-16,5	-376,2	1923		-576,2	820		-776,2	452
3	-380,2				-580,2			-780,2		
		-12,9	-387,2	1110		-587,2	482,7		-787,2	269,6
4	-393,1				-593,1			-793,1		
		-8,7	-398	477,9		-598	211,7		-798	118,8
5	-401,9				-601,9			-801,9		
		-5,6	-405	191,3		-605	85,7		-805	48,4
6	-407,6				-607,6			-807,6		
		-2,7	-411	43,16		-611	19,5		-811	11,1
8	-413,1				-613,1			-813,1		
		-0,3	-415,5	$0,521\ 10^{-6}$		-615,5	$0,24\ 10^{-6}$		-815,5	$0,135\ 10^{-6}$
14	-416				-616			-816		

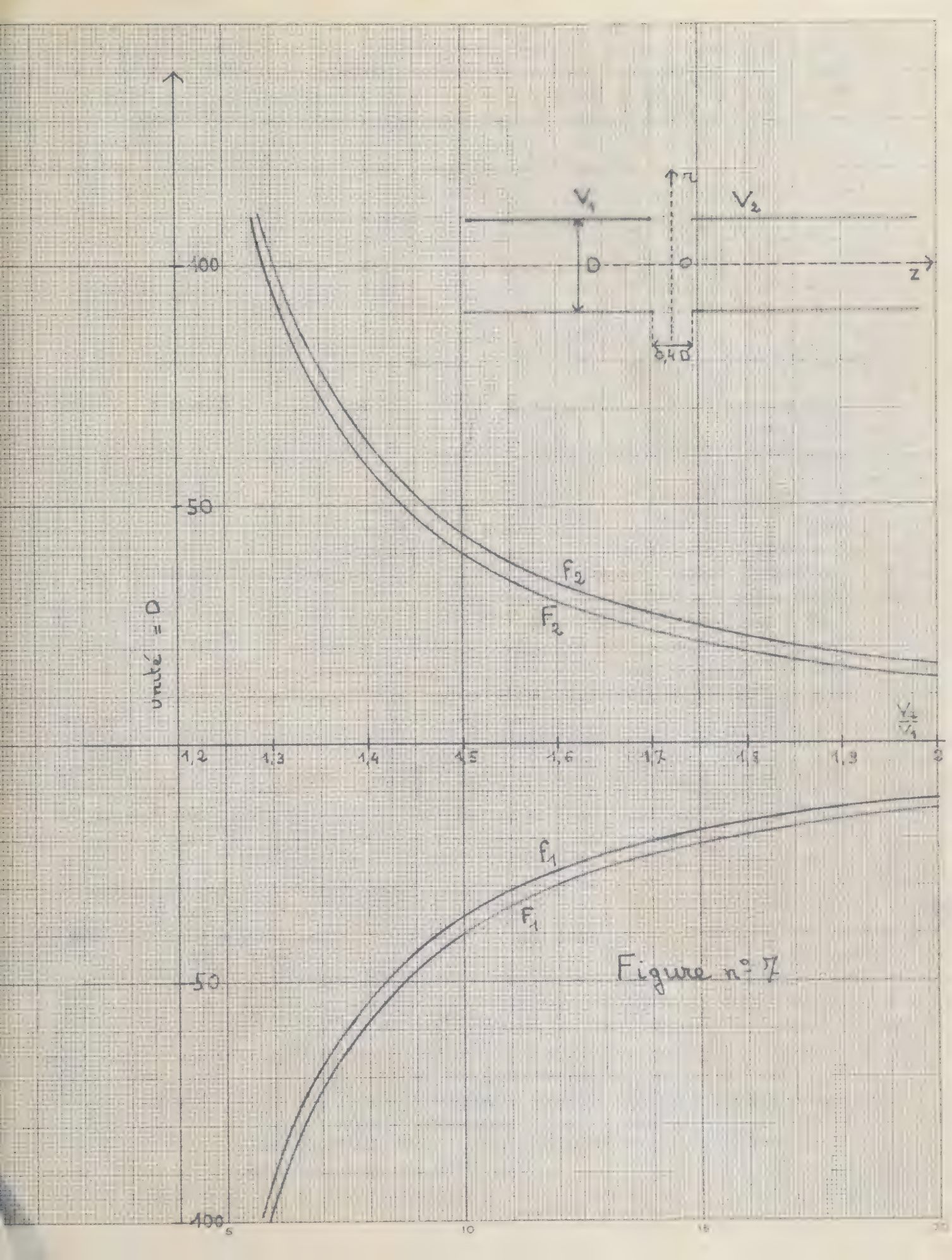

V1
V2
r
D
z
0,4 D
100
50
50
100
Unité = D
F2
f2
F1
f1
1,2
1,3
1,4
1,5
1,6
1,7
1,8
1,9
2
V2/V1
5
10
15
20

Figure n° 7

Cette fonction est impaire, il suffit donc de l'étudier pour $z > 0$, elle a pour dérivée:

$$V'(z) = \frac{V_2 - V_1}{2d} \left[\text{th}\,\omega(z+d) - \text{th}\,\omega(z-d) \right]$$

b) Calcul des lentilles

La marche suivie est la même que pour la lentille précédente: nous avons calculé $(\frac{V'}{V})^2$ au milieu de chaque intervalle comme dans le cas précédent en vue de l'intégration ultérieure de l'équation:

$$R'' + \frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 R = 0$$

Nous donnons le détail des calculs pour les trois rapports de tension relatifs au fonctionnement du tube dans le cas n°1 (Tableau VIII).

Au total nous avons besoin des caractéristiques de cette lentille pour 21 rapports de tension (les 18 rapports cités Fig.2 et les trois rapports qui interviennent dans le projet de modification du tube Fig.12). Tous ces rapports sont compris entre 1 et 2, il est donc indiqué de tracer des abaques de cette lentille d'autant qu'il n'en existe pas à notre connaissance pour des rapports de tension aussi faibles. Il nous manque pour faire un bon tracé des courbes les caractéristiques pour le rapport 1,6; nous les avons donc calculées en plus: au total nous disposons donc de 22 points pour tracer les courbes. (Valeurs numériques : Tableau II à VII). Les courbes (Fig.7) ont été tracées en prenant pour unité de longueur le diamètre commun D des deux

cylindres soit 96 mm.

CHAPITRE III

MARCHE DU FAISCEAU DANS LE TUBE

A. Détermination du point objet

1° Par étude de la source

La source qui produit les ions est construite de façon à obtenir une focalisation convenable à la sortie: elle joue le rôle de lentille. Nous avons donc pensé qu'il serait possible de déterminer le point objet à partir d'une étude de la source; un modèle a été fait et nous avons procédé à un relevé des équipotentielles à l'intérieur (Fig. 8). Nous avons ensuite pris les trajectoires orthogonales au voisinage de l'axe de ces équipotentielles(sur une figure à très grande échelle: 5), ces trajectoires représentent à peu près les chemins suivis par les ions qui sont susceptibles de passer dans le canal: en effet les ions dont la vitesse initiale ne serait pas normale aux équipotentielles sont arrêtés. Nous constatons que ces trajectoires viennent rencontrer l'axe non pas en un point mais en plusieurs foyers qui s'étalent sur une distance d'environ 2 cm. : il y a un astigmatisme assez grossier qui pourrait être amélioré en modifiant la courbure des surfaces équipotentielles. On constate tout de même assez nettement une concentration plus importante de particules à la sortie du canal d'extraction.

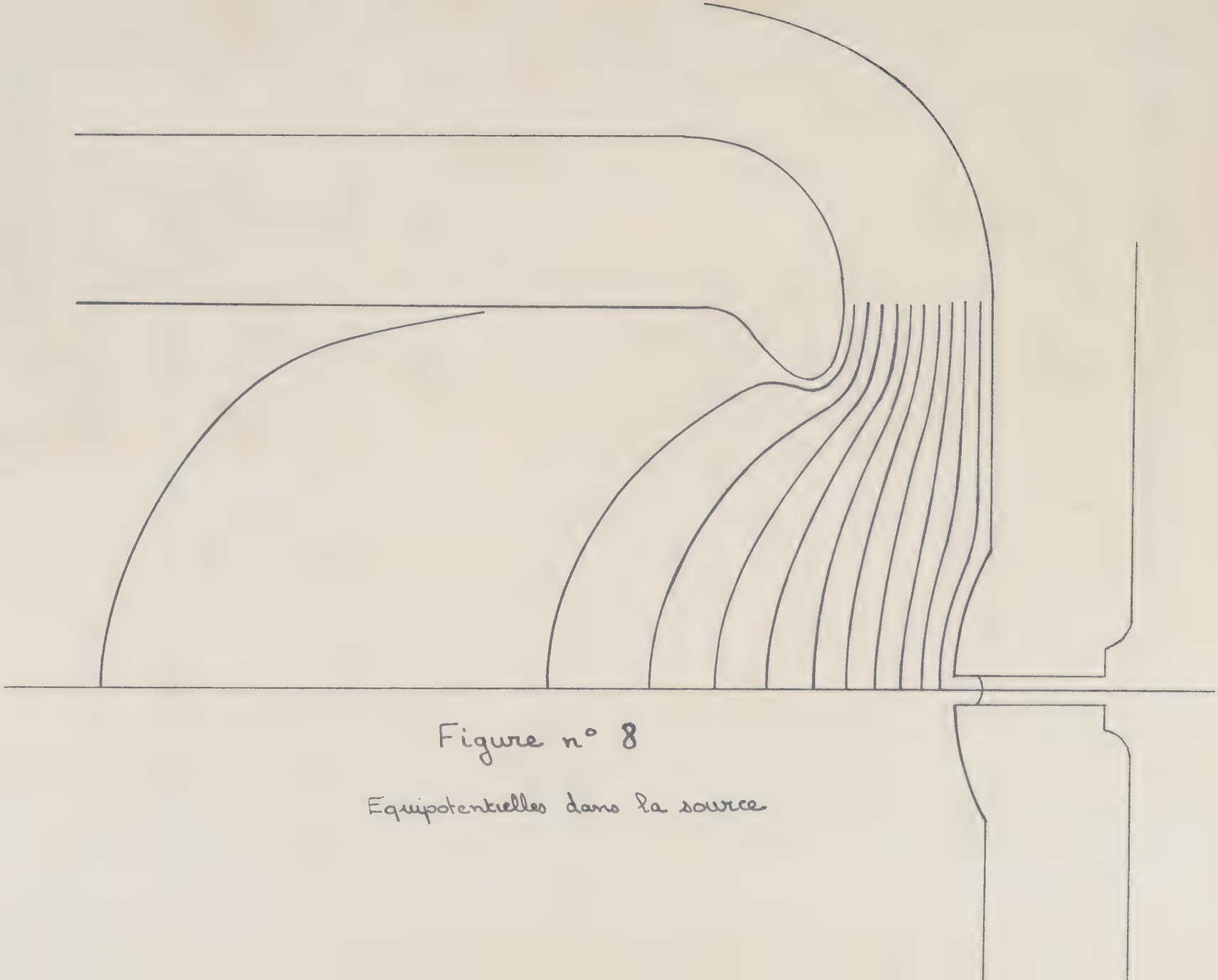


Figure n° 8

Equipotentielles dans la source

2° Par la détermination de l'enveloppe du faisceau

A la sortie du canal d'extraction, le potentiel est constant mais par suite de la charge d'espace, le faisceau va diverger. L'appareil ne comportant pas de diaphragme, c'est l'extrémité du premier cylindre qui va en tenir lieu. Soit O le milieu du canal d'extraction (que l'on prendra dans tout ce qui suit pour origine des abscisses) ce diaphragme est situé à la distance z=217,3 mm. de O et son rayon qui est le rayon du cylindre a pour valeur R= 32 mm. Du point de vue optique, on pourra déterminer le point pbjet et par suite l'angle d'ouverture du faisceau en traçant l'enveloppe de ce faisceau et en prolongeant jusqu'à l'axe la tangente à cette enveloppe au point r=32 z=217,3.

Cette méthode a en outre l'avantage de préciser la marche du faisceau sous l'influence de la charge d'espace après sa sortie du canal d'extraction.

Exposé de la méthode

Elle consiste à déterminer l'enveloppe du faisceau en formant et résolvant l'équation du mouvement des particules qui se déplacent à la périphérie. Etant donné une telle particule,à la distance r de l'axe des z, on a en appliquant le théorème de Gauss à un cylindre de rayon r et de hauteur infiniment petite Δz

$$E_r = \frac{I}{2\pi\varepsilon_o r v}$$

I= courant total dans le tube

$v = \frac{dz}{dt}$ = composante longitudinale de la vitesse de la particule

E_r est le champ dû à la charge d'espace qui est très sensiblement radial.

En effet à l'intérieur du faisceau, les forces de répulsion entre les ions s'équilibrent à peu près, mais sur la périphérie, si la composante longitudinale de ces forces est encore nulle, il n'en est pas de même pour la composante radiale: la résultante est donc radiale.

L'équation du mouvement s'écrit:

$$m \frac{d^2r}{dt^2} = \frac{q\,I}{2\pi\varepsilon_o r \left(\frac{dz}{dt}\right)}$$

avec dans le cas de l'approximation de Gauss :

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{2q}{m}} \sqrt{|V|}$$

V étant le potentiel d'extraction c'est à dire le potentiel à la sortie du canal d'extraction.

On peut intégrer cette équation. En admettant qu'au point O la trajectoire soit parallèle à l'axe des z et en remplaçant la variable t par la variable z on arrive à l'équation:

$$\frac{z}{r_o} = \frac{4(\pi\varepsilon_o)^{1/2} \left(\frac{q}{2m}\right)^{1/4} D(u)}{\sqrt{\frac{I}{V^{3/2}}}}$$

où r_o est la valeur de r au point O

$$D(u) = \int_o^u e^{u^2} du \qquad \text{avec } u = \sqrt{\text{Log } \frac{r}{r_o}}$$

Nous avons fait le calcul pour des protons qui constituent une b onne part des ions émis par la source il vient (système Giorgi rationalisé q coulombs: m Kilo ; $\varepsilon_o = 8{,}855\ 10^{-12}$):

$$\frac{z}{r_o} = \frac{1{,}757\,10^{-3}}{\sqrt{\frac{I}{V^{3/2}}}} D(u)$$

I sera exprimé en Ampère

V sera exprimé en volt

$\frac{I}{V^{3/2}}$ est appelé le facteur de charge d'espace du faisceau, l'étendue d'un faisceau est complètement contrôlée par ce facteur.

Nous avons posé:

$$Z = 10^3 \sqrt{\frac{I}{V^{3/2}}}\ \frac{z}{r_o} \quad \text{d'où} \quad Z = 1{,}757\ D(u)$$

$$R = \frac{r}{r_o} \quad \text{d'où} \quad u = \sqrt{\text{Log } R}$$

R ét ant fixé, on ob tient u et la fonction de DAWSON D(u) étant donnée par des tables on peut calculer Z. Connaissant R(Z) il est aisé de déterminer r(z) à condition d'avoir la valeur de r_o

On peut montrer que

$$\frac{r_o}{r_A} = \exp(-\delta)$$

où r_A est le rayon du canal d'extraction (Fig. avec le tableau IX)

δ est le " coefficient d'ét alement du faisceau "

On peut étab lir que:

$$\sigma = 2\varepsilon_o \pi \left(\frac{2q}{m}\right)^{1/2} \frac{tg^2 \theta_A}{\frac{I}{V^{3/2}}}$$

θ_A est l'angle avec l'axe des z de la t angente à la trajectoire au point A.

Pour des protons, nous avons calculé que:

$$\sigma = 7{,}7\ 10^{-7} \frac{tg^2 \theta_A}{\frac{I}{V^{3/2}}}$$

Mais il y a un sérieux inconvénient: θ_A n'est pas connu. On peut dans un cas particulier mener le calcul à bien

On remarque en effet, qu'il es t possible de calculer les coordonnées r et z du point de la trajectoire où la tangente vient passer par le point O il suffit de résoudre l'équation:

$$tg\ \theta = \frac{r}{z} = \frac{dr}{dz}$$

On trouve pour des protons:

$$r = 2{,}35\ r_o$$

$$z = \frac{2{,}231}{10^3 \sqrt{\frac{I}{V^{3/2}}}}\ r_o$$

d'où la relation :

$$\frac{I}{V^{3/2}} = 9{,}01\ 10^{-7}\ tg^2\theta$$

Pour I et V donnés θ est donc le demi angle du cone de sommet O tangent au faisceau . Il est clair que V étant fixé, le courant qui passe dans le canal sera maximum lorsque θ le sera c'est à dire quand: $t\ g\theta = \frac{D}{L}$

D est le diamètre du canal

2L est la longueur du canal

Le courant maximum qui peut passer dans le canal est donc:

$$\frac{I_m}{V^{3/2}} = 9{,}01\ 10^{-7} \left(\frac{D}{L}\right)^2$$

On voit que dans le cas de ce courant maximum théorique ona

$$\operatorname{tg} \Theta_A = \left(\frac{D}{L}\right)$$

On peut donc calculer Θ_A et par suite r_o (et dans ce cas seulement)

La méthode que nous venons de décrire est exposée en détail dans l'ouvrage " Electron optics " de Klemperer

Calcul numérique

Nous avons D= 2,2 mm.

2L= 10,7 mm.

d'où $$\frac{I_m}{V^{3/2}} = 3{,}82\ 10^{-8}$$

Pour V =16 KV (donc pour une tension de source de l'ordre de 30 KV) on a donc:

$$I_m = 77 \text{ mA}$$

Ce courant est supérieur au courant réel qui est d'une cinquantaine de microampères. On peut remarquer que d'une part Klemperer lui-même signale que ce courant maximum théorique n'est jamais atteint: le courant pratique ne dépasse pas 50% de la valeur théorique dans les cas les plus favorables, d'autre part la méthode a été appliquée en ce qui nous concerne

à une source d'ions et le problème consistant à faire passer un courant maximum dans un canal n'est pas le seul à intervenir.

Nous trouvons $\delta=0,855$ et ensuite $r_o = 0,45$ mm.
d'où l'on tire:

$$z_{mm} = 2,3\ Z \quad \text{et} \quad r_{mm} = 0,45\ R$$

On peut construire la trajectoire (Valeurs numériques tableau IX)

A partir du point r=24,7 mm., z=66,5 mm , la trajectoire est rectiligne. Nous avons pris la tangente en ce point d'équation

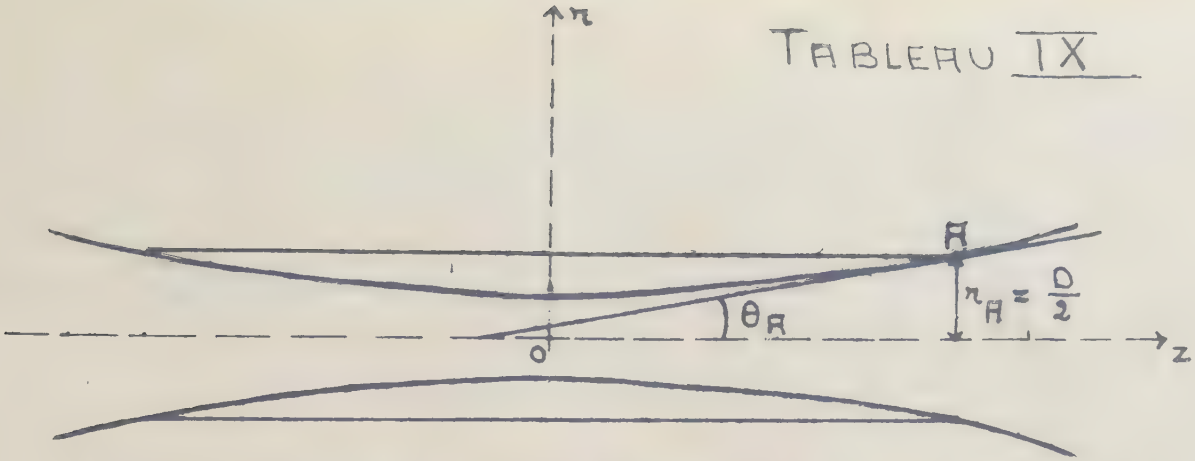
$$r = 0,44\ z - 4,5$$

Elle vient rencontrer l'axe en un point d'abscisse z=10,2 mm donc en un point très en avant par rapport au milieu du canal (Fig.9). Il ne serait toutefois pas bon de prendre ce point pour point objet car d'une part le calcul a été fait pour un courant très supérieur au courant réel et d'autre part cette trajectoire enveloppe ne passe pas à travers le diaphragme puisqu'elle vient rencontrer la paroi du tube en un point z=83 mm. (donc bien avant le diaphragme z=217 mm.)

Le point objet correspondant aux conditions réelles (point de rencontre avec l'axe de la tangente à la trajectoire au point r=32, z=217,3, est certainement moins en avant que celui que nous venons de déterminer;ceci, joint à ce qu'il résulte de l'étude de la source, nous a conduit à le prendre juste à la sortie du canal soit à la distance 5,3 mm. de O et 212 mm de l'extrémité du cylindre (qui nous l'avons dit, joue le rôle de la pupille d'entrée)

L'angle limite d'ouverture du faisceau est alors:

TABLEAU IX



r/r_0	$u=\sqrt{\log \frac{r}{r_0}}$	$D(u)$	Z	η	r
1	0	0	0	0	0,45
1,1	0,309	0,32	0,56	1,3	0,5
1,25	0,472	0,507	0,89	2	0,55
1,5	0,637	0,739	1,3	3	0,67
1,75	0,748	0,917	1,61	3,7	0,8
2	0,832	1,067	1,875	4,3	0,9
2,5	0,957	1,358	2,386	5,5	1,1
3	1,047	1,606	2,822	6,5	1,35
3,5	1,119	1,833	3,221	7,4	1,6
4	1,177	2,059	3,618	8,30	1,8
4,5	1,226	2,27	3,988	9,2	2
5	1,269	2,463	4,327	10	2,25
6	1,338	2,848	5,004	11,5	2,7
7	1,395	3,241	5,633	13	3,15
8	1,442	3,542	6,223	14,3	3,6
13	1,602	5,174	9,09	20,9	5,85
20	1,731	7,272	12,78	29,4	9
25	1,794	8,704	15,3	35,2	11,25
30	1,844	10,05	17,66	40,6	13,5
35	1,886	11,42	20,06	46,15	15,75
40	1,921	12,7	22,3	51,3	18
45	1,951	13,98	24,56	56,5	20,25
50	1,978	15,35	26,97	62	22,5
55	2,0	16,45	28,9	66,5	24,7

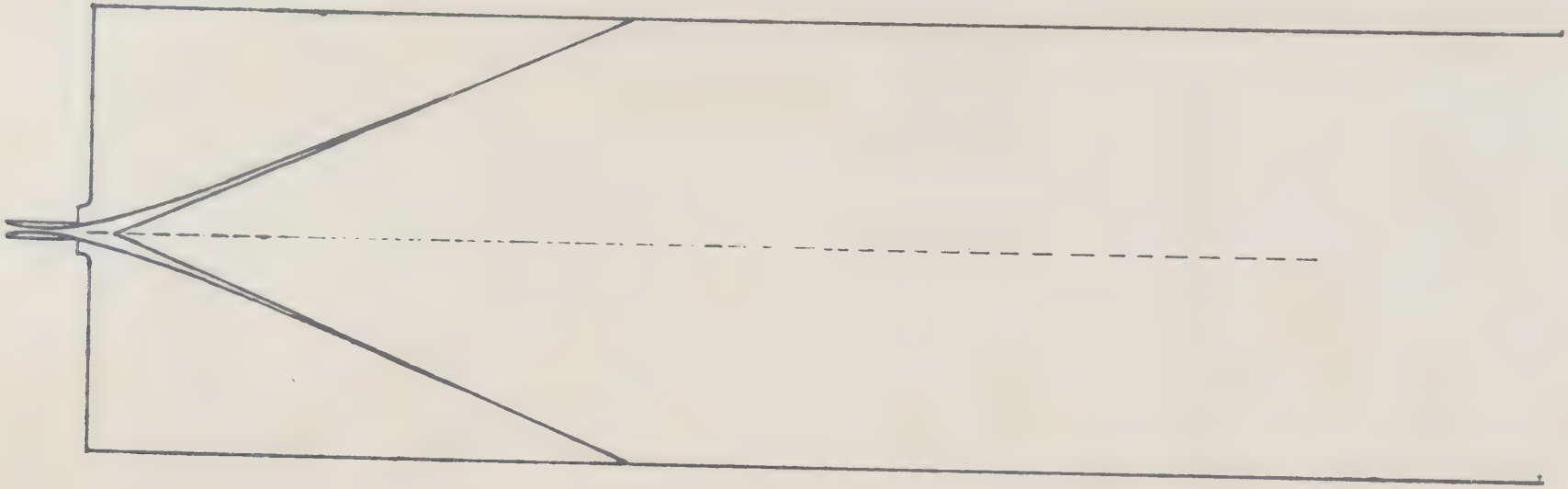
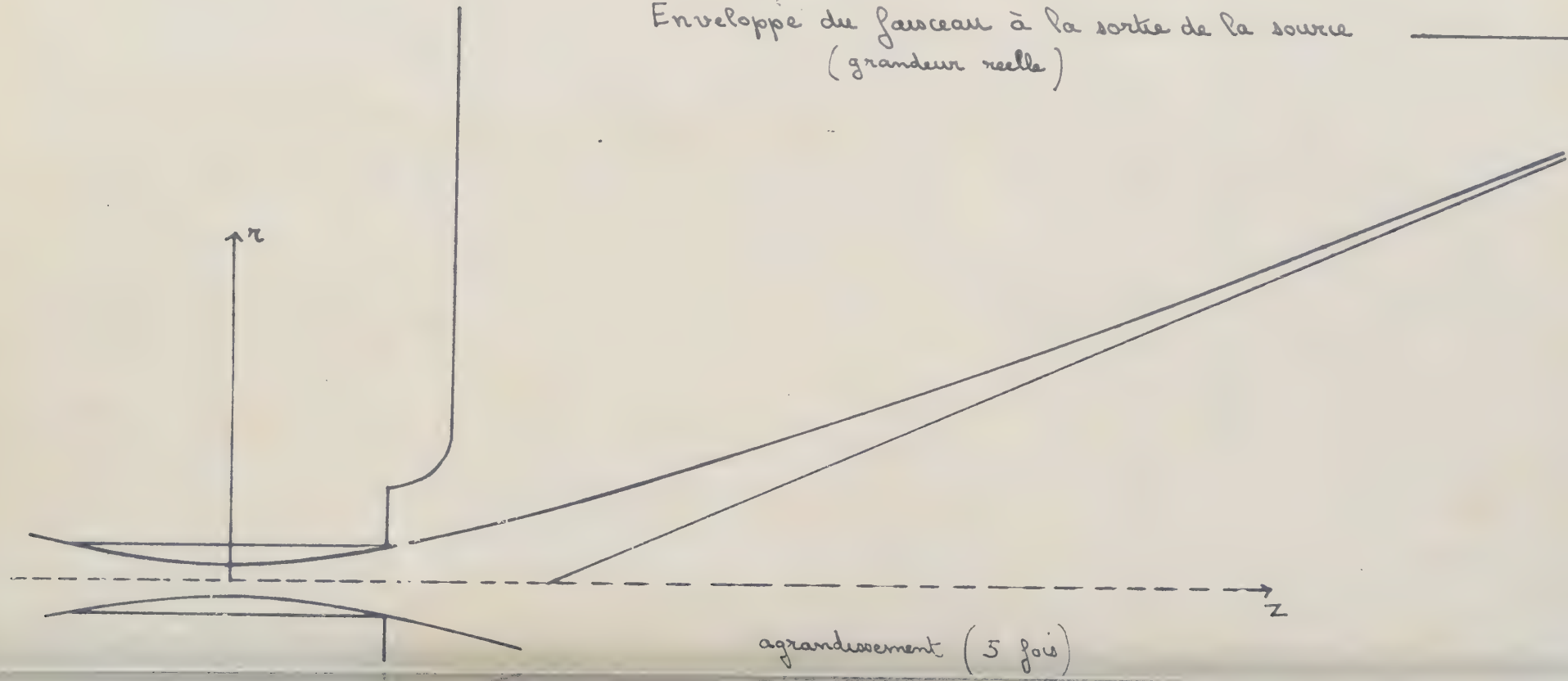


Figure n° 9

Enveloppe du faisceau à la sortie de la source
(grandeur reelle)



agrandissement (5 fois)

Cette méthode est moins élégante que de considérer les quatre lentilles comme un système unique dont on déterminerait les caractéristiques mais présente l'avantage de mieux montrer le cheminement du faisceau tout le long du tube.

On a employé les formules de Newton avec origines aux foyers: A et A' désignent l'objet et l'image, on a posé (Tableau X et XI)

$$p=\overline{OA} \qquad q=\overline{OA'} \qquad x=\overline{FA} \qquad x'=\overline{F'A'}$$

F et F' sont les foyers objet et image (que précédemment on avait appelés F_1 et F_2 pour éviter toute confusion avec F distance focale réduite), O est toujours le centre géométrique de la lentille. Si Θ et Θ' désignent les angles d'ouverture du faisceau dans l'espace objet et image, on a:

$$\frac{tg\Theta}{tg\Theta} = \frac{x}{f'} = \frac{f}{x'} = K$$

Il est clair que $\Theta'_1 = \Theta_2$ $\Theta'_2 = \Theta_3$ etc... En appelant $K_1K_2K_3K_4$ le rapport $\frac{x}{f'}$ pour les différentes lentilles (I) (II) (III) (IV) on a :

$$\frac{tg\Theta'_4}{tg\Theta_1} = K_1K_2K_3K_4$$

L'angle d'ouverture initial Θ_1 est relié très simplement à l'angle d'ouverture final Θ'_4

Résultats (Fig. n°10)

Il apparaît que c'est seulement lorsque la lentille (I) a une convergence faible que l'on obtiendra une image réelle sur la cible. C'est donc seulement pour des tensions de source élevées et de basses tensions du tube que la focalisation sera bonne.

$$tg\Theta = \frac{32}{212} = 0,15 \qquad \text{soit } \Theta = 8°$$

De cette étude il ressort en outre qu'une certaine partie des ions est perdue par suite de la divergence du faisceau. Il serait meilleur que la source focalisat soit davantage, soit beaucoup moins.

Avec une source plus focalisante, on pourrait avoir le point objet à l'entrée du canal d'extraction et ce serait le canal lui même qui limiterait l'ouverture du faisceau ; on aurait un demi angle d'ouverture Θ tel que:

$$tg\Theta = \frac{1,1}{10,7} = 0,1 \text{ soit } \Theta = 6°$$

Cet angle serait plus petit que dans le cas précédent et le faisceau aurait moins tendance à venir frapper les parois. Notons que pour rendre la source plus focalisante il aurait suffit d'augmenter la courbure des équipotentielles par accentuation de la calotte sphérique dans laquelle est percé le canal d'extraction

Si la source focalisait beaucoup moins, le point objet se trouvant par exemple au molieu du premier cylindre, la perte d'ions serait alors très réduite mais l'optique du tube telle que nous allons maintenant l'étudier, serait modifiée.

B. Marche du faisceau : méthode optique

Soit A_1 le point objet initial: la première lentille (I) en donne une image A'_1 qui joue le rôle de point objet A_2 pour la deuxième lentille (II) et ainsi de suite. De proche en proche, on déterminera l'imge A'_4 donnée par l'ensemble des 4 lentilles.

TABLEAU X

	p	F	x	f	f'	x'	F'	q	x/f'	tg θ'
(I)	−21,2	−8,8	−12,4	+4,2	−15,4	+5,2	+7,2	+12,4	0,805	
(II)	−76,6	−148,4	+71,8	+125,5	−174,1	−304,3	+147,1	−157,2	0,412	
(III)	−228,4	−406,6	+178,2	+368,2	−448,1	−925,9	+405,8	−520,1	0,397	2.10^{-2}
(IV)	−591,3	−794,8	+203,5	+740,6	−852,3	−3102	+794,2	−2308	0,238	$4,7\ 10^{-3}$

	p	F	x	f	f'	x'	F'	q	x/f'	tg θ'
(I)	−21,2	−10,1	−11,1	+5,25	−16,95	+8	+8,8	+16,8	0,655	
(II)	−72,2	−152,7	+80,5	+129,5	−178,7	−287,2	+151,4	−135,8	0,45	
(III)	−207	−414,7	+207,7	+376	−456,5	−826,4	+413,9	−412,5	0,455	$20,1\ 10^{-3}$
(IV)	−483,7	−806,8	+323,1	+752,1	−864,8	−2013	+806,2	−1207	0,373	$7,5\ 10^{-3}$

(I)	p	F	x	f	f'	x'	F'	q	x/f'	tg θ'
(I)	−21,2	−13,3	−7,9	+7,8	−21	+20,7	+12,3	+33	0,376	
(II)	−56	−166,1	+110,1	+141,7	−193,3	−248,8	+164,9	−83,9	0,57	
(III)	−155,1	−436,3	+281,2	+396,3	−479,4	−675,6	+435,5	−240,1	0,586	
(IV)	−311,3	−826,8	+515,5	+771,6	−885,3	−1325	+826,2	−499	0,582	$11\ 10^{-3}$

TABLEAU XI

	p	F	x	ℓ	ℓ'	x'	F'	q	x/ℓ'	$tg\,\theta'$
(I)	−21,2	−15,7	−5,5	+9,85	−24,1	+43,2	+15,1	+58,3	0,228	
(II)	−30,7	−173,4	+142,7	+148,5	−201,1	−209,3	+172,2	−37,1	0,7	
(III)	−108,3	−450,6	+342,3	+410	−494,4	−592,2	+449,8	−142,4	0,692	
(IV)	−213,6	−855,8	+642,2	+799,4	−915,8	−1140	+855,3	−284,7	0,701	$11,7\ 10^{-3}$

	p	F	x	ℓ	ℓ'	x'	F'	q	x/ℓ'	$tg\,\theta'$
(I)	−21,2	−20,15	−1,05	+13,55	−29,5	+380,7	+19,80	+400,5	0,0356	$5,3\ 10^{-3}$
(II)	+311,5	−189,1	+500,6	+163	−218	−71	+187,9	+116,9	2,295	
(III)	+45,7	−475,4	+521,1	+433,5	−520,4	−433	+474,6	+41,6	1,001	
(IV)	−29,6	−892,2	+862,6	+834,4	−953,5	−922,4	+891,8	−30,6	0,904	$11,1\ 10^{-3}$

	p	F	x	ℓ	ℓ'	x'	F'	q	x/ℓ'	$tg\,\theta'$
(I)	−21,2	−30,05	+8,85	+22	−41,2	−102,4	+30,2	−72,2	0,215	
(II)	−161,2	−220,5	+59,3	+192,25	−251,7	−816	+219,5	−596,5	0,236	$7,6\ 10^{-3}$
(III)	−667,7	−523,3	−144,4	+479,4	−570,6	+1894,3	+522,6	+2417	0,253	$1,9\ 10^{-3}$
(IV)	+2346	−947,5	+3293	+888,2	−1010,4	−272,5	+947,1	+674,6	3,26	$6,25\ 10^{-3}$

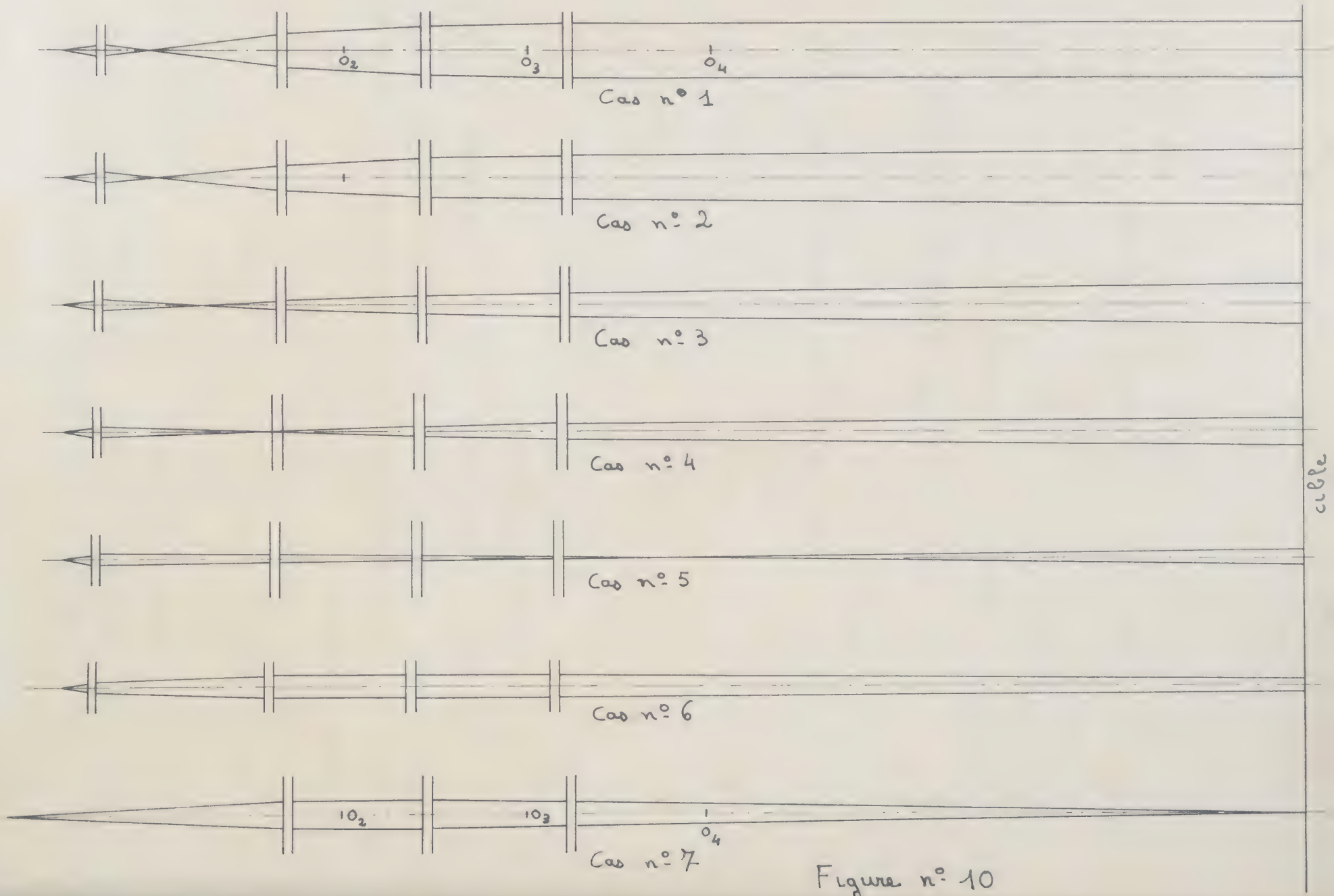

O_2
O_3
O_4
Cas n° 1
Cas n° 2
Cas n° 3
Cas n° 4
Cas n° 5
Cas n° 6
O_2
O_3
O_4
Cas n° 7
cible

Figure n° 10

Dans le cas n°5 la lentille(I) est encore trop convergente, dans le cas n°6 elle ne l'est pas assez: entre ces deux cas, il y aura donc un système de tension pour lequel la focalisation sera correcte. ce sera pour une tension du tube de l'ordre de 500 KV

Finalement, il apparaît que la condition essentielle pour que l'appareil fonctionne convenablement est qu'il n'y ait pas d'image intermédiaire. S'il y en a une, elle est placée de telle manière que le système optique des lentilles (II) (III) (IV) ne peut en donner une image réelle (cas 1,2,3,4)

Nous avons déterminé la demi-largeur du faisceau sur la cible pour un angle d'ouverture $\Theta_1=8°$:

Cas n°1	11,9 cm
Cas n°2	10,8 cm
" n°3	8 cm
" n°4	6 cm
" n°5	2,9 cm
" n°6	2,8 cm

Sur cible, la largeur du faisceau diminue, s'annule puis augmente à nouveau.

C. Marche du faisceau : Méthode balistique

La méthode précédente ne donne que l'équivalent optique de la marche du faisceau et ne donne pas la trajectoire réelle suivie par les ions. Dans le cas n°1, il semble que le faisceau soit très large et que par conséquent une bonne partie des ions aille se perdre contre les parois. Pour avoir des précisions sur

l'enveloppe du faisceau, nous avons fait l'intégration directe de l'équation de Picht:

$$R''+\frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2 R=0 \text{ avec } T=-\frac{3}{16}\left(\frac{V'}{V}\right)^2$$

Au point z: R(z) et R'(z) sont connus, on veut alors leur valeur au point $z+\Delta z$

On a $R(z+\Delta z)=R(z)+\overline{R'}\Delta z$ et $R'(z+\Delta z)=R'(z)+\overline{R''}\Delta z$

où $\overline{R'}$ et $\overline{R''}$ désignent les valeurs moyennes respectives des fonctions R'(z) et R"(z) dans l'intervalle $(z,z+\Delta z)$ soit pour R':

$$\overline{R'}=\frac{1}{\Delta z}\int_z^{z+\Delta z} R'(z)dz$$

Mais nous avons en appelant z_m le milieu de l'intervalle $(z,z+\Delta z)$:

$$R''(z_m)\simeq \overline{R''}$$

$$\text{d'où } \overline{R''}\simeq T(z_m)R(z_m)$$

D'autre part on a:

$$R(z_m)\simeq R(z)+\frac{\Delta z}{2}R'(z)\simeq \overline{R}$$

On sait donc calculer $\overline{R''}$ d'où:

$$\Delta R'=R'(z+\Delta z)-R'(z)=\overline{R''}\Delta z = T\overline{R}\Delta z$$

On a également:

$$\overline{R'}\simeq R'(z)+\frac{\Delta R'}{2}$$

On peut donc calculer R(z).

D'où la marche à suivre:

R(z) et R'(z) étant connus, on calcule R au milieu de l'intervalle $(z,z+\Delta z)$, soit $\overline{R}$ par

$$\overline{R}=R(z)+\frac{\Delta z}{2}R'(z)$$

On calcule ensuite $\Delta R' = T\overline{R}\Delta z$ (d'où la nécessité comme nous l'avons dit antérieurement d'avoir T donc $(\frac{V'}{V})^2$ au milieu de l'intervalle)

On détermine alors: $R'(z+\Delta z)=R'(z)+\Delta R'$ et $\overline{R}'=R'(z)+\frac{\Delta R'}{2}$

On calcule enfin $R(z+\Delta z)=R(z)+\overline{R}'\Delta z$

On revient ensuite à r par: $r=RV^{-1/4}$

Dans tous les cas $R'=r'V^{1/4} + 1/4\ rV^{-3/4}\ V'$

Au point z=O V'=O donc $R'=r'V^{1/4}$. Les conditions initiales seront donc:

$$R(O)=O$$

$$R'(O)=r'_{o}V^{1/4}$$

Nous avons pris $r'_{o}=0,15$ soit un angle au départ de 8°. L'équation (7), il ne faut pas l'oublier, est valable seulement dans le cas de l'approximation de Gauss: on est donc aux limites des conditions imposées, mais detoutes manières, si on veut la trajectoire pour une valeur r'_1 plus petite que la précédente, il suffit de faire une simple affinité orthogonale: R(z) étant solution de (7) U=KR est également une solution et si on prend $K=\frac{r'_1}{r'_o} < 1$ cette solution unique répond aux conditions initiales

$$U(O)=O$$

$$U'(O)= r'_1V^{1/4}$$

Résultats

Nous avons fait le calcul dans les cas n° 1 et n°3 nous donnons le détail de ce calcul seulement pour le cas n°1.

Pages 47 à 51

Cas n°I

Le faisceau vient couper l'axe au point z=34cm., dans le cas de la méthode optique, on avait trouvé z=33,6 cm. On constate que le faisceau est effectivement très large, sa demi largeur sur la cible est de 12 cm. (La méthode optique donne 11,9 cm.)

Cas n°3

Le point de rencontre du faisceau avec l'axe a pour abscisse z=58,1 cm. (Méthode optique z=54,2). Sa demi largeur sur la cible est de 7,6 cm. (Méthode optique 8cm;).

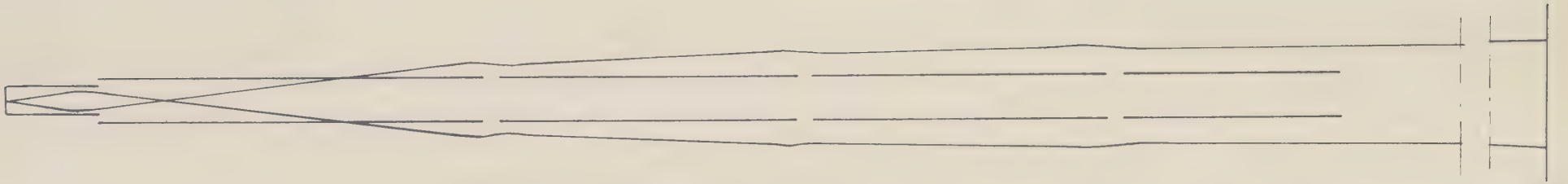
L'enveloppe du faisceau est alors connue sur toute sa longueur, on en conclut surtout dans le cas n°1 qu'il déborde largement les parois. (Fig.n°11)

D. Résultats expérimentaux

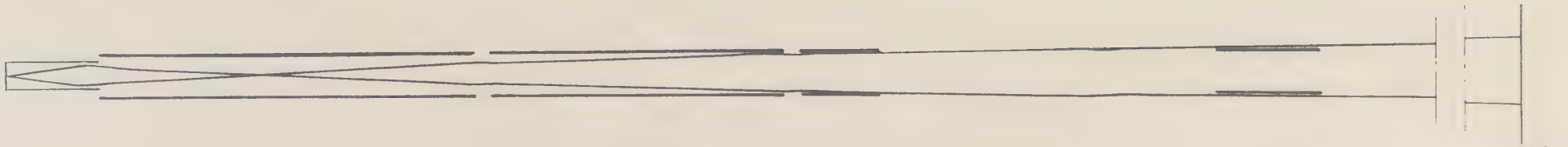
Après fonctionnement de l'appareil, on distingue assez bien sur la cible l'impact du faisceau. On constate que la focalisation passe par un maximum pour une haute tension de la source(80KV) et pour une tension du tube de l'ordre de 500 KV: ceci correspond donc très bien avec nos résultats théoriques. Nous avons vu en effet que si la source est à haute tension (80 KV), la focalisation atteint un optimum pour une tension du tube comprise entre 600 et 400 KV. Par contre pour une basse tension de source (20 KV) et une tension du tube de 800 KV, on constate expérimentalement que l'image sur cible est moins large que celle que nous avons trouvée théoriquement, ceci provient de ce que la densité des particules est faible à la périphérie du faisceau.

Figure n° 11

Enveloppe du faisceau



Cas n° 1



Cas n° 3

Z	T	$\overline{R}$	$\Delta R'$	R'	$\overline{R}'$	$\overline{R}'\Delta z$	R	$R'(z)\frac{\Delta z}{2}$	V- 1/4	r
0				+0,3			0		0,5	0
	0			0	+0,3	+3,96				
13,2				+0,3			+3,96	+0,36	0,5	1,98
	-63 10^{-6}	+4,32	-0,001		+0,3	+0,719				
15,6				+0,299			+4,679	+0,12	0,491	2,23
	-1347 10^{-6}	+4,799	-0,005		+0,297	+0,237				
16,4				+0,294			+4,917	+0,118	0,4828	2,37
	-3179 "	+5,034	-0,013		+0,288	+0,230				
17,2				+0,281			+5,147	+0,113	0,4705	2,42
	-7122 "	+5,259	-0,03		+0,266	+0,213				
18				+0,251			+5,360	+0,101	0,4527	2,43
	-14252 "	+5,46	-0,062		+0,22	+0,176				
18,8				+0,189			+5,536	+0,076	0,4287	2,37
	-24489 "	+5,612	-0,11		+0,134	+0,107				
19,6				+0,079			+5,643	+0,016	0,3991	2,25
	-33169 "	+5,659	-0,075		+0,042	+0,017				
20				+0,004			+5,66	+0,001	0,3827	2,17
	-35171 "	+5,661	-0,088		-0,036	-0,014				
20,4				-0,075			+5,646	-0,015	0,3665	2,07
	-34749 "	+5,631	-0,78		-0,115	-0,046				
20,8				-0,154			+5,6	-0,031	0,3511	1,97
	-31873 "	+5,569	-0,071		-0,189	-0,076				
21,2				-0,225			+5,525	-0,045	0,3369	1,86
	-28431 "	+5,48	-0,062		-0,256	-0,102				
21,6				-0,287			+5,422	-0,057	0,324	1,76
	-23113 "	+5,365	-0,05		-0,312	-0,125				
22				-0,337			+5,297	-0,067	0,3128	1,66
	-17511 "	+5,23	-0,037		-0,355	-0,142				
22,4				-0,373			+5,155	-0,075	0,3034	1,56
	-13127 "	+5,081	-0,027		-0,387	-0,155				
22,8				-0,4			+5,001	-0,08	0,2955	1,48
	-9241 "	+4,921	-0,018		-0,409	-0,164				
23,2				-0,418			+4,837	-0,084	0,289	1,4
	-6389 "	+4,753	-0,012		-0,424	-0,17				
23,6				-0,43			+4,667	-0,172	0,2837	1,32
	-3529 "	+4,495	-0,013		-0,437	-0,349				
24,4				-0,443			+4,318	-0,177	0,276	1,19
	-1583 "	+4,141	-0,005		-0,446	-0,357				
25,2				-0,448			+3,961	-0,179	0,2709	1,07
	-711,5 "	+3,782	-0,002		-0,449	-0,36				
26				-0,45			+3,602	-0,18	0,2676	0,96

Z	T	$\bar{R}$	$\Delta R'$	R'	$\bar{R}'$	$\bar{R}'\Delta z$	R	$R'(z)\frac{\Delta z}{2}$	V-1/4	Γ
	-323,5 10^{-6}	+3,422	-0,001		-0,451	-0,361				
26,8				-0,45			+3,241	-0,181	-0,265	0,86
	-148,8 "	+3,061	- 0		-0,452	-0,361				
27,6				-0,452			+2,88	-0,181	0,2639	0,76
	-69,4 "	+2,7	0		-0,452	-0,361				
34				-0,452			-0,012		0,2608	-0,03
	0		0		-0,452	-28,11				
96,2				-0,452			-28,12	-1,356	0,2608	-7,34
	-0,36 "	-29,48	0		-0,452	-2,712				
102,2				-0,452			-30,83	-0,452	0,26	-8,02
	-28 "	-31,29	+0,002		-0,451	-0,902				
104,2				-0,45			-31,74	-0,225	0,2584	-8,2
	-114 "	-31,96	+0,004		-0,448	-0,448				
105,2				-0,446			-32,18	-0,223	0,2567	-8,26
	-289 "	-32,41	+0,01		-0,442	-0,442				
106,2				-0,438			-32,63	-0,219	0,2544	-8,3
	-520,7 "	-32,85	+0,017		-0,43	-0,43				
107,2				-0,421			-33,06	-0,105	0,2511	-8,3
	-780 "	-33,16	+0,013		-0,414	-0,207				
107,7				-0,408			-33,26	-0,102	0,2491	-8,29
	-957 "	-33,37	+0,016		-0,4	-0,2				
108,2				-0,392			-33,46	-0,098	0,2468	-8,26
	-1107 "	-33,56	+0,019		-0,383	-0,191				
108,7				-0,374			-33,66	-0,093	0,2444	-8,22
	-1205 "	-33,75	+0,02		-0,363	-0,182				
109,2				-0,353			-33,84	-0,088	0,242	-8,19
	-1241 "	-33,93	+0,021		-0,343	-0,171				
109,7				-0,332			-34,01	-0,083	0,2396	-8,15
	-1211 "	-34,09	+0,02		-0,332	-0,166				
110,2				-0,311			-34,17	-0,078	0,2372	-8,11
	-1120 "	-34,25	+0,019		-0,302	-0,151				
110,7				-0,292			-34,33	-0,073	0,2349	-8,06
	-981,5 "	-34,4	+0,017		-0,284	-0,142				
111,2				-0,275			-34,47	-0,069	0,2328	-8,02
	-820 "	-34,54	+0,014		-0,268	-0,134				
111,7				-0,261			-34,6	-0,065	0,2308	-7,99
	-654 "	-34,67	+0,011		-0,256	-0,128				
112,2				-0,25			-34,73	-0,062	0,2292	-7,96
	-496 "	-34,79	+0,009		-0,246	-0,123				
112,7				-0,241			-34,85	-0,06	0,2277	-7,94
	-361 "	-34,91	+0,006		-0,238	-0,119				

Z	T	$\bar{R}$	$\Delta R'$	R'	$\bar{R}'$	$\bar{R}'\Delta z$	R	$R'(z)\frac{\Delta z}{2}$	$V^{-1/4}$	r
113,2				-0,235			-34,97	-0,117	0,2264	-7,92
	$-208\ 10^{-6}$	-35,09	+0,007		-0,231	-0,231				
114,2				-0,228			-35,2	-0,114	0,2246	-7,91
	-89,6 "	-35,32	+0,003		-0,226	-0,226				
115,2				-0,225			-35,43	-0,112	0,2234	-7,91
	-35,9 "	-35,54	+0,001		-0,224	-0,224				
116,2				-0,223			-35,65	-0,223	0,2226	-7,94
	-8,1 "	-35,88	+0,001		-0,223	-0,446				
124,2				-0,223			-37,43		0,2214	-8,29
	0		0		-0,223	-9,62				
167,4				-0,223			-47,05		0,2214	-10,42
	-0,097 "	-47,72	0		-0,223	-1,336				
173,4				-0,223			-48,39	-0,223	0,221	-10,69
	-7,71 "	-48,61	+0,001		-0,222	-0,444				
175,4				-0,222			-48,83	-0,111	0,2203	-10,76
	-32,2 "	-48,94	+0,002		-0,221	-0,221				
176,4				-0,22			-49,06	-0,11	0,2196	-10,77
	-75,4 "	-49,17	+0,004		-0,218	-0,218				
177,4				-0,217			-49,27	-0,108	0,2185	-10,77
	-158 "	-49,38	+0,008		-0,213	-0,213				
178,4				-0,209			-49,49	-0,052	0,2169	-10,73
	-246 "	-49,54	+0,006		-0,206	-0,103				
178,9				-0,203			-49,59	-0,507	0,2159	-10,71
	-310 "	-49,64	+0,008		-0,199	-0,099				
179,4				-0,195			-49,67	-0,049	0,2148	-10,67
	-371 "	-49,74	+0,009		-0,19	-0,095				
179,9				-0,186			-49,78	-0,046	0,2136	-10,63
	-417 "	-49,83	+0,001		-0,181	-0,09				
180,4				-0,175			-49,87	-0,044	0,2124	-10,59
	-444 "	-49,92	+0,011		-0,17	-0,085				
180,9				-0,164			-49,96	-0,041	0,2111	-10,55
	-447 "	-50	+0,011		-0,159	-0,079				
181,4				-0,153			-50,04	-0,038	0,2098	-10,5
	-426 "	-50,08	+0,011		-0,148	-0,074				
181,9				-0,142			-50,11	-0,036	0,2085	-10,45
	-384 "	-50,15	+0,01		-0,138	-0,069				
182,4				-0,133			-50,18	-0,033	0,2074	-10,41
	-329,5 "	-50,21	+0,008		-0,13	-0,064				
182,9				-0,125			-50,25	-0,031	0,2063	-10,37
	-268,5 "	-50,28	+0,007		-0,121	-0,061				
183,4				-0,118			-50,31	-0,029	0,2053	-10,33
	-208 "	-50,34	+0,005		-0,115	-0,058				

Z	T	$\bar{R}$	$\Delta R'$	R'	$\bar{R}'$	$\bar{R}'\Delta z$	R	$R'(z)\frac{\Delta z}{2}$	$V^{-1/4}$	r
183,9				-0,113			-50,36	-0,028	0,2035	-10,3
	$-153,8\,10^{-6}$	-50,39	+0,004		-0,111	-0,055				
184,4				-0,109			-50,42	-0,054	0,2037	-10,27
	-90,5 "	-50,47	+0,005		-0,106	-0,106				
185,4				-0,104			-50,52	-0,052	0,2026	-10,24
	-39,7 "	-50,58	+0,002		-0,103	-0,103				
186,4				-0,102			-50,63	-0,051	0,2019	-10,22
	-16,1 "	-50,68	+0,001		-0,102	-0,102				
187,4				-0,101			-50,73	-0,101	0,2014	-10,22
	0		0		-0,101	-4,36				
246,6				-0,101			-56,71	-0,05	0,2	-11,34
	-12,1 "	-56,76	+0,001		-0,1	-0,1				
247,6				-0,001			-56,81	-0,05	0,1996	-11,34
	-35,3 "	-56,86	+0,002		-0,1	-0,1				
248,6				-0,1			-56,9	-0,05	0,1989	-11,32
	-75,1 "	-56,95	+0,004		-0,096	-0,096				
249,6				-0,096			-57,	-0,023	0,1979	-11,28
	-118,7 "	-57,02	+0,004		-0,092	-0,046				
250,1				-0,09			-57,05	-0,022	0,1973	-11,26
	-152 "	-57,07	+0,004		-0,088	-0,044				
250,6				-0,086			-57,09	-0,021	0,1966	-11,22
	-183 "	-57,11	+0,005		-0,083	-0,042				
251,1				-0,081			-57,13	-0,02	0,1958	-11,19
	-209 "	-57,15	+0,006		-0,078	-0,039				
251,6				-0,075			-57,17	-0,019	0,195	-11,15
	-226 "	-57,19	+0,006		-0,071	-0,036				
252,1				-0,068			-57,21	-0,017	0,1942	-11,11
	-231 "	-57,22	+0,007		-0,065	-0,032				
252,6				-0,062			-57,24	-0,015	0,1933	-11,06
	-223 "	-57,25	+0,006		-0,058	-0,029				
253,1				-0,055			-57,27	-0,014	0,1925	-11,02
	-204 "	-57,28	+0,006		-0,052	-0,026				
253,6				-0,049			-57,29	-0,012	0,1917	-10,98
	-176 "	-57,31	+0,005		-0,047	-0,023				
254,1				-0,044			-57,32	-0,011	0,1909	-10,94
	-146 "	-57,33	+0,004		-0,042	-0,021				
254,6				-0,04			-57,34	-0,001	0,1903	-10,91

Z	T	$\bar{R}$	$\Delta R'$	R'	$\bar{R}'$	$\bar{R}'\Delta z$	R	$R'(z)\frac{\Delta z}{2}$	$V^{-1/4}$	r
	-114 10^{-6}	-57,35	+0,003		-0,038	-0,019				
255,1				-0,037			-57,36	-0,009	0,1897	-10,88
	-84,7 "	-57,37	+0,002		-0,356	-0,018				
255,6				-0,034			-57,38	-0,017	0,1892	-10,85
	-50,4 "	-57,39	+0,003		-0,033	-0,033				
256,6				-0,032			-57,41	-0,016	0,1884	-10,82
	-22,3 "	-57,42	+0,001		-0,031	-0,031				
257,6				-0,03			-57,44	-0,015	0,1879	-10,79
	-9,1 "	-57,45	+0,001		-0,03	-0,03				
266,6				-0,029			-57,7		0,1871	-10,8
	0		0		-0,029	-6,37				
482,6				-0,029			-64,07		0,1871	-12

Le calcul a été fait avec quatre et même cinq décimales dans les régions où les gradients sont faibles, mais pour des raisons de place, nous en avons fait figurer trois seulement, ce qui nous a conduits dans les zones où le potentiel varie peu, à supprimer certains points.

CHAPITRE IV

PROJET DE MODIFICATION DU TUBE

Les difficultés de fonctionnement du tube actuel proviennent non seulement de la source mais aussi de la façon même dont le tube est conçu puisque l'image donnée par la lentille de focalisation (I) est toujours trop rapprochée du système optique constitué par les lentilles (II) (III) (IV) pour que ce dernier puisse en donner un e image réelle sur la cible. Nous allons envisager comment on pourrait remédier à ces défauts.

1° La source

Elle est très défectueuse par suite de la forte dispersion en énergie des ions qu'elle produit; cette dispersion entraîne une abérration chromatique importante . Sa tension variable est une cause supplémentaire de la modification des rapports des potentiels auxquels sontportées les différentes électrodes du tube donc de l'optique ionique. Il nous faut une source qui donne des ions monoénergétiques et sortant avec une énergie constante que l'on puisse prendre pour origine des potentiels: une source du type duo-plasmatron conviendrait donc parfaitement.

a) Description

Cette source comporte trois électrodes: l'anode qui est au potentiel zéro, le filament émetteur d'électrons (cathode) au potentiel -IOO volts,l'électrode placée entre l'anode et la cathode

à la tension -70 volts, cette électrode est conçue de manière à concentrer les électrons dans une très petite zone près du trou d'extraction percé dans l'anode. (Fig. 13).Un champ magnétique convenable assure de plus cette concentration . L'ionisation va donc se faire dans une très petite zone où le potentiel est voisin de O: les ions qui sortiront par le canal d'extraction (lequel est très fin:0,1 mm.) auront donc tous une même énergie très faible.

L'électrode d'extraction est portée à un potentiel pouvant varier entre 30 et 100 KV.

b) Performance de cette source

Dans la zone d'ionisation la densité d'ions est proche de 6×10^{14} ions/cm^3 . On peut obtenir un courant de 30mA de protons: la source elle-même pourrait fournit un courant supérieur, c'est la charge d'espace dans le canal (importante avec une telle intensité) qui limite le courant. La dispersion en énergie est très faible: inférieure à 10 ev. Le pourcentage en ions monoatomiques est de l'ordre de 70%.

2° Le tube

Nous envisagerons le fonctionnement du tube pour quatre systèmes de tension. A partir des tensions effectives, nous aurons les tensions de calcul en prenant pour origine des potentiels celui de l'anode de la source. (Tension effective Ø Tension de calcul V)

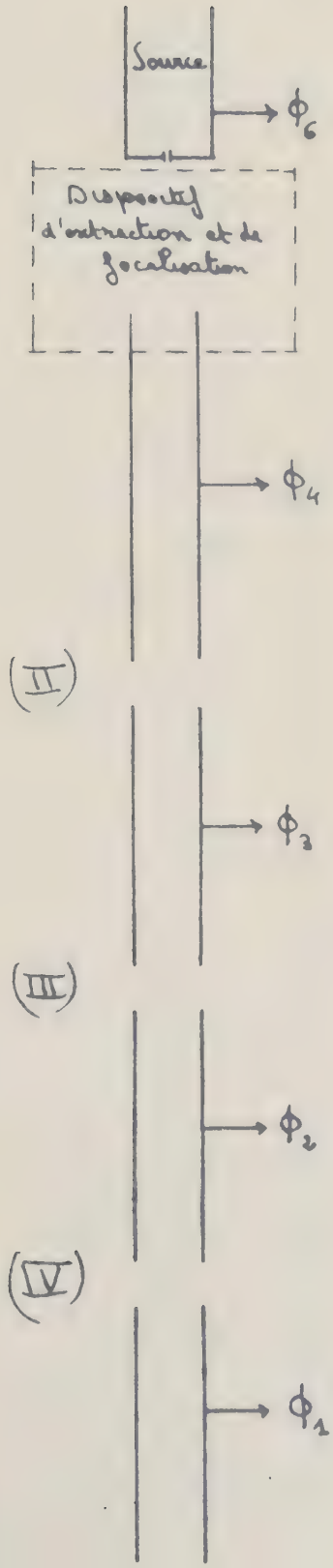
On s'aperçoit alors d'un fait intéressant: les rapports de tension des trois lentilles d'accélération (II) (III) (IV) sont

les mêmes dans les quatre cas (Fig.12),l'optique ionique de cette partie du tube n'est donc pas modifiée lorsqu'on passe de l'un à l'autre de ces quatre cas: il suffira de l'étudier pour un seul.

Nous avons calculé par la méthode exposée précédemment les éléments cardinaux de la lentille pour les rapports 2 , 3/2 , et 4/3; puis la cible a été prise comme objet et nous avons déterminé l'image quen donne le système optique de ces trois lentilles (Tableau XIII). Il suffit pour faire le calcul en partant de la cible d'intervertir les éléments cardinaux: les caractéristiques de l'espace image deviennent celles de l'espace objet et vice-versa. On trouve une image réelle (Fig. n° 10 cas n°7) située à 130,8cm. de O_2 (O_2 centre géométrique de la lentille (II)) soit à 19,7 cm à l'intérieur de la source actuelle alors qu'elle devrait être placée après la lentille de focalisation: il faudra donc pour la ramener dans une telle position éloigner la cible d'une distance convenable.

Cette distance ne pourra être déterminée que lorsqu'on aura fait l'étude du système d'extraction et de focalisation qui donnera la position de l'image intermédiaire. En vue de cette étude, on pourrait conserver la lentille de focalisation qui est actuellement sur l'appareil (cylindres dans le rapport 1,5) mais il faudrait rendre variable dans une bande de tension convenable entre ϕ_4 et ϕ_6 le potentiel ϕ_5 du petit cylindre de cette lentille. Le potentiel ϕ_5 étant variable indépendamment du reste du tube, il serait possible de donner au rapport $\frac{V_4}{V_5}$ une valeur constante et d'avoir une image intermédiaire fixe. Ceci, joint au fait que dans les 4 cas

Figure n° 12



Φ_6	1200	800	600	400
V_6	0	0	0	0
Φ_4	900	600	450	300
V_4	− 300	− 200	− 150	− 100
$\frac{V_3}{V_4}$	2	2	2	2
Φ_3	600	400	300	200
V_3	− 600	− 400	− 300	− 200
$\frac{V_2}{V_3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$
Φ_2	300	200	150	100
V_2	− 900	− 600	− 450	− 300
$\frac{V_1}{V_2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$
Φ_1	0	0	0	0
V_1	− 1200	− 800	− 600	− 400

TABLEAU XII

	(II)	(III)	(IV)
$\frac{V_1}{V_2}$	0,5	0,667	0,75
$\frac{V_2}{V_1}$	2	1,5	1,333
$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1/4}$	0,8409	0,9036	0,9306
$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1/4}$	1,18922	1,10667	1,07456
$g(z)$	$\frac{1}{3}\,10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$	$10^4\left(\frac{V'}{V}\right)^2$
$\int_a^b g(z)\,dz$	135,6	139	70,4
F	131,1	383,7	757,6
G_1G_2	3,6	3,6	
F_{am}	132	384,6	758,5
$\overline{GF_1}$	− 132	− 384,6	− 758,5
$\overline{GF_2}$	+ 132	+ 384,6	+ 758,5
$\overline{OG}$	− 0,7	− 0,4	− 0,3
F_1	− 132,7	− 385	− 758,8
F_2	+ 131,3	+ 384,2	+ 758,2
$\overline{GP_1}$	− 21	− 37,1	− 52,7
$\overline{GP_2}$	− 25	− 41	− 56,5
$\wp_1$	+ 111	+ 347,5	+ 705,8
$\wp_2$	− 157	− 425,6	− 815

envisagés les lentilles d'accélération sont les mêmes, permettrait donc d'avoir une image fixe sur la cible.

Le fait que l'on soit obligé de modifier le système de tension, nous amène à nous demander s'il ne serait pas alors préférable de remplacer la lentille de focalisation actuelle par une lentille Einzel. Cette lentille est composée(Fig 14) de trois tubes coaxiaux les deux cylindres extrêmes sont portés à la même tension V_o , celui du milieu est à une tension variable V_i, si V_i est inférieur à V_o, la lentille est initialement accélératrice, dans le cas contraire, elle est décélératrice, dans les deux cas, elle est convergente. Comme les potentiels extrêmes sont égaux, il s'agit d'une lentille baignée par deux milieux identiques et les distances focales osnt égales: en agissant sur la tension V_i on peut règler cette distance focale; il est à remarquer que si V_i=O on a une lentille dont les caractéristiques sont indépendantes de V_o .

La lentille Einzel serait intéressante dans le cas présent étant données ses propriétés en ce qui concerne la charge d'espace. En effet, d'après Klemperer, si une telle lentille est initialement accélératrice, elle est peu affectée par la charge d'espace : il faudra donc que V_i soit inférieur à V_o . Ceci s'explique de la manière suivante: si $V_i < V_o$ on a $|V_i| > |V_o|$ (puisque dans le cas des ions, les tensions sont prises négatives) donc le facteur de charge d'espace $\frac{I}{|V|^{3/2}}$ (defini p.37) qui varie comme $|V|^{-3/2}$ dans toute la traversée de la lentille puisque I est constant , sera plus petit en tout point que

celui qu'on aurait pour une même valeur de V_o mais avec $V_i > V_o$

Afin de pouvoir déterminer rapidement la distance dont il faudra reculer la cible, un fois l'image intermédiaire fixée. nous allons donner les caractéristiques du système unique équivalent aux lentilles (II) (III) (IV). Nous allons employer pour cela la méthode matricielle.

Etant donné un système optique, dont les foyers sont F et F' et les plans princi paux H et H' soit AB l'objet et A'B' l'image, on posera :

$$y=\overline{AB} \quad y'=\overline{A'B'} \quad f=\overline{HF} \quad f'=\overline{H'F'} \quad l=\overline{FA} \quad l'=\overline{F'A'}$$

par suite de la linéarité des formules dans le cas de l'approximation de Gauss nous pouvons écrire :

$$y' = ay + b\alpha$$

$$\alpha' = cy + d\alpha$$

α et α' désignant les angles respectifs du rayon lumineux avec l'axe dans l'espace objet et dans l'espace image .

Les coefficients a et c seront déterminés en prenant un rayon incident parallèle à l'axe : on a dans ce cas($\alpha=0$)

$$y' = \frac{l'}{f'}\, y \qquad \alpha' = -\frac{1}{f'}\, y$$

d'où en identifiant:

$$a = -\frac{l'}{f'} \qquad c = -\frac{1}{f'}$$

En prenant un rayon émergent parallèle à l'axe, on aurait:

$$b = \frac{ll'}{f'} - f \qquad d = \frac{l}{f'}$$

Les relations peuvent s'écrire sous forme matricielle:

TABLEAU XIII

	p	F	x	ℓ	ℓ'	x'	F'	q	$\left\lvert\frac{x}{\ell'}\right\rvert$
IV	- 230	- 758,2	+ 528,2	+ 815	- 705,8	- 1089	+ 758,8	- 330,2	0,748
III	- 401,4	- 384,2	- 17,2	+ 425,6	- 347,5	+ 8598	+ 385	+ 8983	0,049
II	+ 8912	- 131,3	+ 9043,7	+ 157	- 111	- 1,9	+ 132,7	+ 130,8	81,5

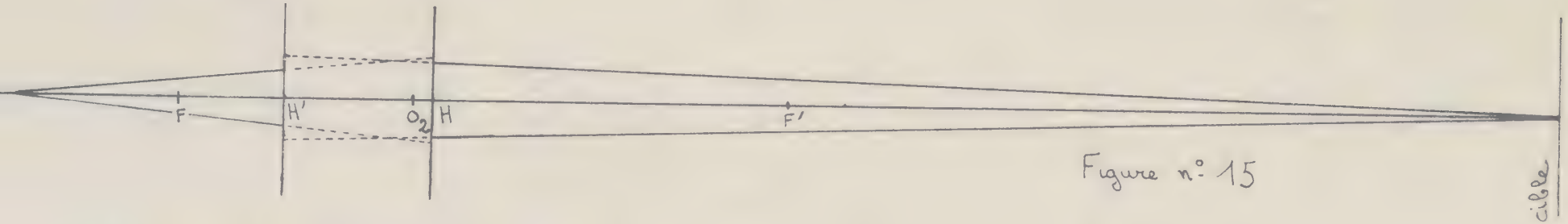


Figure n° 15

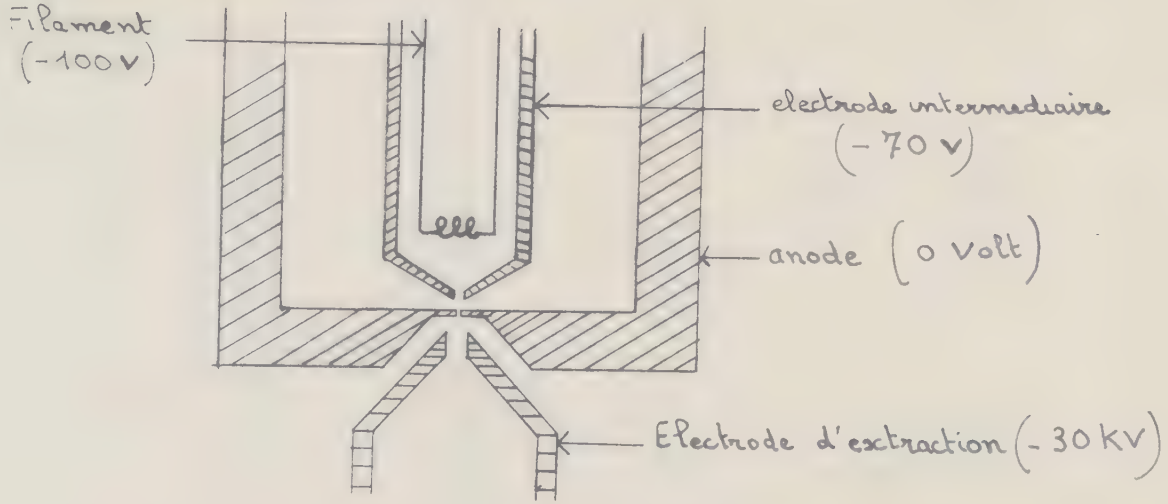


Figure n°13 : Schema de la source "Duoplasmatron"

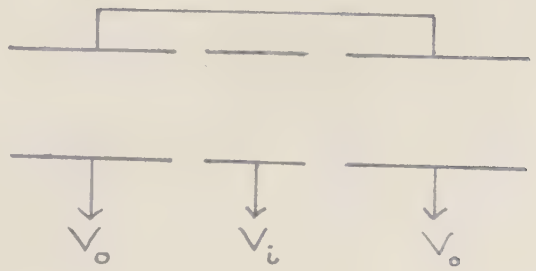


Figure n° 14

Schema de la lentille Einzel

$$\begin{pmatrix} y' \\ \alpha' \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} y \\ \alpha \end{pmatrix}$$

T est appelé la matrice de transfert du système; on aura donc:

$$T = \begin{vmatrix} \frac{-l'}{f'} & \frac{ll'}{f'} - f \\ \frac{-1}{f'} & \frac{l}{f'} \end{vmatrix}$$

Revenons au système constitué par les lentilles (II) (III) (IV)

Soit T_2 T_3 T_4 les matrices de transfert associées à chacune de ces lentilles. Nous aurons donc (les indices correspondant au n° d'ordre de la lentille)

$$T_2 = \begin{vmatrix} \frac{-l'_2}{f'_2} & \frac{l_2 l'_2}{f'_2} - f_2 \\ \frac{1}{f'_2} & \frac{l_2}{f'_2} \end{vmatrix} \qquad T_3 = \begin{vmatrix} \frac{l'_3}{f'_3} & \frac{l_3 l'_3}{f'_3} - f_3 \\ \frac{1}{f'_3} & \frac{l_3}{f'_3} \end{vmatrix} \qquad T_4 = \begin{vmatrix} \frac{l'_4}{f'_4} & \frac{l_4 l'_4}{f'_4} - f_4 \\ \frac{1}{f'_4} & \frac{l_4}{f'_4} \end{vmatrix}$$

La matrice de transfert du système total T s'obtiendra en multipliant dans l'ordre inverse les 3 matrices précédentes, on aura:

$$T = T_4 \times T_3 \times T_2$$

On trouve:

$$T = \begin{vmatrix} -\frac{l'_4(f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2) + f_4 f'_4 \Delta_2}{f'_2 f'_3 f'_4} & \frac{l_2 l'_4(f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2) + l_2 f_4 f'_4 \Delta_2 - l'_4 \Delta_3 f_2 f'_2 - f_2 f'_2 f_4 f'_4}{f'_2 f'_3 f'_4} \\ -\frac{f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2}{f'_2 f'_3 f'_4} & \frac{l_2(f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2) - \Delta_3 f_2 f'_2}{f'_2 f'_3 f'_4} \end{vmatrix}$$

ou $\Delta_2 = \overline{F'_2 F_3}$ $\Delta_3 = \overline{F'_3 F_4}$

En appelant A B C D les coefficients de cette matrice, il vient :

$$\begin{pmatrix} y'_4 \\ \alpha'_4 \end{pmatrix} = \left|\begin{matrix} A & B \\ C & D \end{matrix}\right| \begin{pmatrix} y_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

ou:

$$y'_4 = Ay_2 + B\alpha_2$$
$$\alpha'_4 = Cy_2 + D\alpha_2$$

L'équation de conjug aison s'exprime par B=0 soit

$$l_2 l'_4 (f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2) + l_2 f_4 f'_4 \Delta_2 - l'_4 \Delta_3 f_2 f'_2 = f_2 f'_2 f_4 f'_4$$

Le foyer image F' du système (ob jet à l'infini $\alpha_2=0$ $y_2 \neq 0$ image au foyer F' : $y'_4=0$) sera donné par A=0 c'est à dire:

$$l'_4 = \overline{F'_4 A'_4} = \overline{F'_4 F'} = - \frac{f_4 f'_4 \Delta_2}{f_3 f'_3 + \Delta_2 \Delta_3}$$

Le plan pricipal image H' nous sera donné en faisant A=1

$$l'_4 = \overline{F'_4 A'_4} = \overline{F'_4 H'} = - \frac{f'_2 f'_3 f'_4 + f_4 f'_4 \Delta_2}{f_3 f'_3 + \Delta_2 \Delta_3}$$

On en tire la distance focale image:

$$\overline{H'F'} = f' = \frac{f'_2 f'_3 f'_4}{f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2}$$

Le foyer ob jet F nous sera donné par D=0 il vient

$$\overline{F_2 F} = \frac{f_2 f'_2 \Delta_3}{f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2}$$

Le plan pricipal objet H sera donné par A=1 et B=0

$$\overline{F_2H} = - \frac{f_2 f_3 f_4 + f_2 f'_2 \Delta_3}{f_3 f'_3 + \Delta_3 \Delta_2}$$

d'où la distance focale objet

$$\overline{HF} = f = \frac{f_2 f_3 f_4}{f_3 f'_3 + \Delta_2 \Delta_3}$$

A partir des valeurs numériques données par le tableau (XII) nous pouvons déterminer les valeurs des quatre expressions qui définissent le système. On calcule tout d'abord:

$$\overline{F'_2F}_3 = \Delta_2 = - 445,1 \text{ cm}$$
$$\overline{F'_3F}_4 = \Delta_3 = - 1071,8 \text{ cm}$$

et ensuite

$$\overline{F'_4F'} = - 777,8 \text{ cm}$$
$$f' = + 165,4 \text{ cm}$$
$$\overline{F_2F} = + 56,7 \text{ cm}$$
$$f = - 82,7 \text{ cm}$$

Il est préférable de prendre la même origine pour repérer les foyers F et F', nous prendrons le centre O_2 de la lentille n° II (O_2 est le milieu de l'intervalle qui sépare les deux cylindres) Nous avons alors:

$$\overline{O_2F'} = + 122,8 \text{ cm}$$
$$\overline{O_2F} = - 76 \text{ cm}$$
$$\overline{O_2H} = + 6,7 \text{ cm}$$
$$\overline{O_2H'} = - 42,6 \text{ cm}$$

Les deux dernières égalités montrent que les plans principaux H et H' sont croisés.

Vérifions que l'on trouve bien les résultats précédents. En prenant l'objet A tel que $\overline{O_2A} = -130,8$ on a $l = \overline{FA} = -54,8$ d'où

$$l' = \frac{ff'}{l} = +249,6 \quad \text{et par suite}$$

$$\overline{O_2A'} = +372,4 \qquad \text{et:}$$

$$\overline{O_4A'} = 372,4 - 142,4 = 230 \text{ cm}$$

donc l'image est b ien sur la cible.

La méthode donne donc très simplement, connaissant l'objet, la position de l'image. Elle a cependant l'inconvénient de ne pas préciser le cheminement du faisceau c'est pourquoi il sera bon une fois l'image intermédiaire fixée, de déterminer l'enveloppe de ce dernier par la méthode exposée précédemment, de manière à définir l'angle d'ouverture maximum que l'on peut admettre pour que les ions ne viennent pas renconter les parois.

Les effets de charge d'espace qui sont d'autant plus importants que le faisceau est moins large, ne seront toutefois pas très marqués au niveau de la cible car les ions ont alors une grande énergie. L'optique telle que nous venons de la définir constitue donc une assez bonne approximation.

CONCLUSION

L'étude de l'optique ionique de l'accélérateur a donc eu un double résultat, d'une part elle a nous conduit à déterminer les caractéristiques de deux types de lentilles électrostatiques, d'autre part elle a mis en évidence les faiblesses de l'appareil, ce qui nous a amené à envisager des modifications de ce dernier.

En ce qui concerne les lentilles constituées par deux cylindres dont les diamètres sont dans le rapport 1,5, les valeurs que nous avons trouvées pour les éléments cardinaux donnent, dans l'ensemble, des lentilles plus convergentes que celles d' Epstein ou de Spangenberg. Pour les lentilles composées de deux tubes de même diamètre séparées par un intervalle de O,4D, nous avons vérifié que les abaques que nous avons construites pour des rapports de tension variant entre 1 et 2 prolongent bien celles données par Spangenberg au sujet d'un type de lentille très voisin (intervalle O,5D au lieu de O,4D); ces abaques de Spangenberg ne donnant pas les caractéristiques pour des rapports de tension inférieurs à 2,5 il était indispensable d'en construire.

Au sujet de l'accélérateur lui-même, il apparait que ce dernier semble avoir été conçu pour fonctionner correctement seulement lorqqu'il n'y a pas d'image intermédiaire et pour un système de tension déterminé. En outre, la source est assez défectueuse.

C'est pourquoi nous avons proposé entre autres modifications de l'appareil, de remplacer la source actuelle par une source du type "Duoplasmatron" et de déplacer le système optique constitué par les trois lentilles d'accélération pour avoir sur la cible une image réelle de l'image intermédiaire donnée par la lentille de focalisation. Cette dernière lentille devra être rendue réglable de manière à fournir une image intermédiaire fixe quelque soit le système des potentiels attribué au tube, ceci pourra être réalisé avec la lentille actuelle par modification du système de tensions, ou mieux avec une lentille Einzel.

TABLE DES MATIERES

Pages

Introduction..... 1

Chapitre I: Description de l'accélérateur..... 2

A- Composition..... 2

B- Systèmes de tensions utilisées..... 4

Chapitre II:Etude des lentilles qui composent le tube 6

1° Généralité sur l'optique ionique électrostatique..... 6

2° Détermination des éléments cardinaux d'une lentille 9

3° Calcul pratique des lentilles 16

A- Lentilles composées de deux cylindres coaxiaux dont les diamètres sont dans le rapport 1,5 16

a) Détermination du potentiel axial V(z)..... 17

b)Calcul des lentilles 26

c) Résultats et comparaison avec les abaques existantes 29

B- Lentilles composées de deux cylindres de même diamètre 31

a) Détermination du potentiel 31

b) Calcul des éléments cardinaux et construction d'abaques 33

Chapitre III : Marche du faisceau dans le tube 34

A- Détermination du point objet 34

B- Marche du faisceau-Méthode optique 41

C- Marche du faisceau- Méthode balistique 43

D- Résultats expérimentaux 46

Chapitre IV : Projet de modification de l'accélérateur 52

Conclusion 61

B I B L I O G R A P H I E

1 DURAND : Electrostatique et Magnetostatique (Masson,1953)

2 EPSTEIN : (Cathode Ray tubes) Proc. Inst. Radio Engrs (24,1936p.1095

3 FELICI : Journal de Physique et le Radium (20,1959 p.97 A)

4 GRIVET : Optique Electronique (Bordas 1955)

5 KLEMPERER : Electron Optics. Cambridge at the University Press(1953)

6 MILNE : Numeral Calculus. Princeton University Press (1949)

7 MOTZ et KLANFER : Proc. Phys. Soc. (58,1946 p.30)

8 PIERCE : Theory and Design of Electron Beams: D. Van Nostrand Company,Inc. New-York (1954)

9 TERMAN : Radio Engineers Handbook; McGraw-Hill Book Company, Inc. New-York (1943)

VU:

Les membres du jury ,

J. LAFOUCRIERE

J. DEPRAZ

M. MAITROT

Vu et approuvé:

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Pour le Doyen

l'Assesseur

J. BRACONNIER

Vu et accordé le permis d'imprimer,

Lyon le 19 avril 1961

Le Recteur

P. LOUIS